



1.1 Potenzen – Begriffe und Definitionen

Einführung

Wenn man mehrfach eine Zahl mit sich selbst multipliziert, nutzt man abkürzend die Potenzschreibweise.

Man schreibt z. B.: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

Allgemein gilt: $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ mal}} = a^n$

z. B. mit Variablen

$$a = a^1$$

$$a \cdot a = a^2$$

$$a \cdot a \cdot a = a^3$$

$$a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$$

oder mit Zahlen:

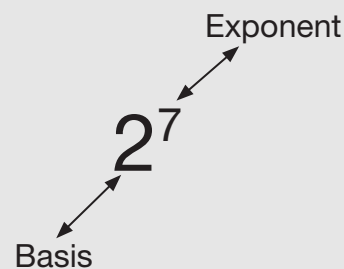
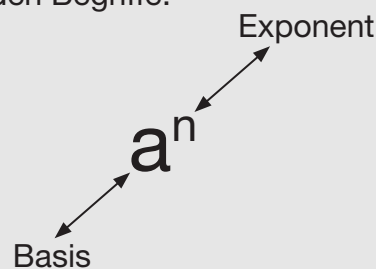
$$2 = 2^1$$

$$2 \cdot 2 = 2^2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$$

Merke dir die folgenden Begriffe:



Der gesamte Ausdruck a^n heißt Potenz.

Info 1

$$a^0 = 1, \text{ für } a \neq 0$$

Info 2

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ für } a \neq 0$$

Info 3

aber $a + a = 2a$
 $a \cdot a = a^2$

Einstiegsaufgaben

Schreibe den Ausdruck $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ als Potenz.

Gib von dieser Potenz die Basis und den Exponenten an.

1.1 Potenzen – Begriffe und Definitionen

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 1



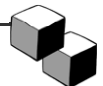
1. Schreibe als Potenz.

- | | | | |
|--|--------------------------------|--------------------------------|--|
| a) $2 \cdot 2 \cdot 2$ | b) $3 \cdot 3$ | c) $4 \cdot 4 \cdot 4$ | d) $5 \cdot 5$ |
| e) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ | f) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$ | g) $a \cdot a \cdot a \cdot a$ | h) $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$ |

2. Gib die Basis und den Exponenten an und berechne dann die gegebene Potenz.

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| a) 2^3 | b) 3^2 | c) 4^2 | d) 5^3 |
| e) 2^4 | f) 1^8 | g) 6^2 | h) 3^3 |

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 2



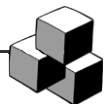
3. Gib die Zahlen in der Potenzschreibweise an. Manchmal gibt es für dieselbe Zahl mehrere Möglichkeiten.

- | | | | |
|--------|-----------|--------|---------|
| a) 128 | b) 64 | c) 81 | d) 125 |
| e) 144 | f) 100 | g) 10 | h) 5 |
| i) 16 | j) 36 | k) 100 | l) 1024 |
| m) 625 | n) 100000 | o) 49 | p) 169 |

4. Berechne.

- | | | | |
|--------------------|--------------------|----------------|--------------------|
| a) $3^3 \cdot 4^2$ | b) $1^5 \cdot 8^2$ | c) $5^4 : 5^2$ | d) $0^7 \cdot 7^2$ |
| e) $10^4 : 2^4$ | f) $8^3 : 4^2$ | g) $11^2 : 11$ | h) $2^0 \cdot 1^2$ |

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 3



5. Bestimme die Primfaktorzerlegung der Zahlen.

- | | |
|---------|---------|
| a) 24 | b) 48 |
| c) 96 | d) 500 |
| e) 440 | f) 216 |
| g) 5625 | h) 9600 |

Die bis auf die Reihenfolge eindeutige Schreibweise einer natürlichen Zahl n

$$n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \dots \cdot p_r^{k_r}$$

für verschiedene Primzahlen p_1, p_2, \dots, p_r und natürlichen Exponenten k_1, k_2, \dots, k_r heißt Primfaktorzerlegung der Zahl.

Beispiel: $12 = 4 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$



Einführung

Potenzen:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ mal}}$$

$$2^7 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{7 \text{ mal}}$$

a: Basis

n: Exponent

Potenzen lassen sich auch bei negativer Basis bilden.

- Bei geraden Exponenten ist das Ergebnis positiv.

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$$

- Bei ungeraden Exponenten ist das Ergebnis negativ.

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

Vorsicht: Achte darauf, ob das Minus in der Klammer oder außerhalb der Klammer steht. Nur Vorzeichen **in der Klammer** werden mitpotenziert.

Es sind vier Fälle zu unterscheiden:

	gerader Exponent	ungerader Exponent
Vorzeichen in der Klammer	$(-2)^4 = +16$	$(-2)^3 = -8$
Vorzeichen außerhalb der Klammer	$-2^4 = -16$	$-2^3 = -16$

Das Vorzeichen außerhalb der Klammer wird erst nach dem Potenzieren hinzugerechnet. In Kombination kann auch ein Vorzeichen vor Potenzen mit einer negativen Basis stehen.

Beispiele:

$$-(-2)^3 = -(-8) = +8$$

$$-(-2)^4 = -(+16) = -16$$

Einstiegsaufgabe

Berechne.

a) $(-2)^2$

b) $(-3)^3$

c) -2^2

d) -3^3

e) $-(-2)^2$

f) $-(-3)^3$

1.2 Negative Zahlen und Potenzen

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 1



1. Entscheide, ob das Ergebnis 1 oder -1 ist.

a) $(-1)^2$

b) $(-1)^3$

c) $(-1)^4$

d) $(-1)^5$

e) $(-1)^{14}$

f) $(-1)^{68}$

g) $(-1)^{37}$

h) $(-1)^{21}$

2. Berechne.

a) $(-5)^5$

b) $(+2)^3$

c) -9^3

d) -0^3

e) $-(+3)^1$

f) $-(-7)^3$

g) $(+4)^4$

h) $(-10)^3$

i) -12^2

j) -8^3

k) $-(-1)^2$

l) -13^2

3. Ordne die Lösung der Aufgabenstellung zu.

16

-4^2

1

-16

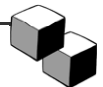
$-(-1)^3$

-3^3

-27

$(-4)^2$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 2



4. Berechne.

a) $(-8)^2 \cdot (-(-4)^2)$

b) $(-3)^3 \cdot (-2)^3$

c) $9^2 \cdot (-7)^3$

d) $4^4 \cdot (+2)^3$

e) $(0)^3 \cdot (-0)^7$

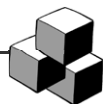
f) $10^4 \cdot 10^9$

g) $-(-1)^2 \cdot (-5)^2$

h) $(-3^3 - (-2)^4)^2$

i) $-(-(-(-1)))^3$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 3



5. Bestimme das Ergebnis.

a) $-(-(-(-(-1))))^3$

b) $-(-(-(-(-2))))^5$

c) $-(-(-(-4)^2)) \cdot (-1)$

6. Entscheide, ob das Ergebnis des Terms positiv oder negativ ist.

$$-((-2)^{18} \cdot 4^{10} \cdot (-3)^3 \cdot (-4)^5 \cdot (-1)^{1000})$$

1 Wurzeln und Potenzen

1.1 Potenzen – Begriffe und Definitionen

Einstiegsaufgaben

Seite 5

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$$

$$\text{Basis: } a = 3$$

$$\text{Exponent: } n = 4$$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 1

Seite 6

1. a) 2^3 b) 3^2 c) 4^3 d) 5^2 e) 2^5 f) 6^4 g) a^4 h) b^5

2. a) $2^3 = 8$ Basis: $a = 2$ Exponent: $n = 3$

b) $3^2 = 9$ Basis: $a = 3$ Exponent: $n = 2$

c) $4^2 = 16$ Basis: $a = 4$ Exponent: $n = 2$

d) $5^3 = 125$ Basis: $a = 5$ Exponent: $n = 3$

e) $2^4 = 16$ Basis: $a = 2$ Exponent: $n = 4$

f) $1^8 = 1$ Basis: $a = 1$ Exponent: $n = 8$

g) $6^2 = 36$ Basis: $a = 6$ Exponent: $n = 2$

h) $3^3 = 27$ Basis: $a = 3$ Exponent: $n = 3$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 2

Seite 6

3. a) $128 = 2^7$ b) $64 = 2^6 = 8^2$ c) $81 = 9^2 = 3^4$ d) $125 = 5^3$ e) $144 = 12^2$

f) $100 = 10^2$ g) $10 = 10^1$ h) $5 = 5^1$ i) $16 = 4^2 = 2^4$ j) $36 = 6^2$

k) $100 = 10^2$ l) $1024 = 2^{10} = 4^6$ m) $625 = 5^4 = 25^2$ n) $100000 = 10^5$

o) $49 = 7^2$ p) $169 = 13^2$

4. a) $3^3 \cdot 4^2 = 27 \cdot 16 = 432$ b) $1^5 \cdot 8^2 = 1 \cdot 64 = 64$ c) $5^4 : 5^2 = 625 : 25 = 25$

d) $0^7 \cdot 7^2 = 0 \cdot 49 = 0$ e) $10^4 : 2^4 = 10000 : 16 = 625$ f) $8^3 : 4^2 = 512 : 16 = 32$

g) $11^2 : 11 = 121 : 11 = 11$ h) $2^0 \cdot 1^2 = 1 \cdot 1 = 1$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 3

Seite 6

5. a) $24 = 8 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$ b) $48 = 16 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$ c) $96 = 32 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3$

d) $500 = 4 \cdot 125 = 2^2 \cdot 5^3$ e) $440 = 4 \cdot 10 \cdot 11 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11$ f) $216 = 8 \cdot 27 = 2^3 \cdot 3^3$

g) $5625 = 9 \cdot 625 = 3^2 \cdot 5^4$ h) $9600 = 32 \cdot 3 \cdot 100 = 2^7 \cdot 3 \cdot 5^2$

1.2 Negative Zahlen und Potenzen

Einstiegsaufgabe

Seite 7

a) $(-2)^2 = 4$ b) $(-3)^3 = -27$ c) $-2^2 = -4$ d) $-3^3 = -27$ e) $-(-2)^2 = -4$ f) $-(-3)^3 = 27$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 1

Seite 8

1. a) $(-1)^2 = 1$ b) $(-1)^3 = -1$ c) $(-1)^4 = 1$ d) $(-1)^5 = -1$

e) $(-1)^{14} = 1$ f) $(-1)^{68} = 1$ g) $(-1)^{37} = -1$ h) $(-1)^{21} = -1$

2. a) $(-5)^5 = -3125$ b) $(+2)^3 = 8$ c) $-9^3 = -729$ d) $-0^3 = 0$
 e) $- (+3)^1 = -3$ f) $- (-7)^3 = 343$ g) $(+4)^4 = 256$ h) $(-10)^3 = -1000$
 i) $-12^2 = -144$ j) $-8^3 = -512$ k) $-(-1)^2 = -1$ l) $-13^2 = -169$

3. $-4^2 = -16$ $-(-1)^3 = 1$ $-3^3 = -27$ $(-4)^2 = 16$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 2

Seite 8

4. a) $(-8)^2 \cdot (-(-4)^2) = 64 \cdot (-16) = -1024$ b) $(-3)^3 \cdot (-2)^3 = -27 \cdot (-8) = 216$
 c) $9^2 \cdot (-7)^3 = 81 \cdot (-343) = 27783$ d) $4^4 \cdot (+2)^3 = 256 \cdot 8 = 2048$
 e) $(0)^3 \cdot (-0)^7 = 0$ f) $10^4 \cdot 10^9 = 10000 \cdot 1000000000 = 10000000000000 = 10^{13}$
 g) $-(-1)^2 \cdot (-5)^2 = -1 \cdot 25 = -25$ h) $(-3^3 - (-2)^4)^2 = (-27 - 16)^2 = (-43)^2 = 1849$
 i) $-(-(-(-1)))^3 = 1$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 3

Seite 8

5. a) $-(-(-(-(-1))))^3 = 1$ b) $-(-(-(-(-2))))^5 = 32$ c) $-(-(-(-4)^2)) \cdot (-1) = (-16) \cdot (-1) = 16$

6. $-\left(\underbrace{(-2)^{18}}_+ \cdot \underbrace{4^{10}}_+ \cdot \underbrace{(-3)^3}_- \cdot \underbrace{(-4)^5}_- \cdot \underbrace{(-1)^{1000}}_+ \right)$ Der Term besitzt ein negatives Vorzeichen.

1.3 Potenzgesetze

Einstiegsaufgaben

Seite 9

a) $2^4 \cdot 2^5 = 2^{4+5} = 2^9$ 1. Potenzgesetz
 b) $\frac{3^{15}}{3^4} = 3^{15-4} = 3^{11}$ 2. Potenzgesetz
 c) $(5^6)^3 = 5^{6 \cdot 3} = 5^{18}$ 3. Potenzgesetz
 d) $a^4 \cdot a^3 = a^{4+3} = a^7$ 1. Potenzgesetz
 e) $b^5 : b^3 = b^{5-3} = b^2$ 2. Potenzgesetz
 f) $(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$ 3. Potenzgesetz

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 1

Seite 10

1. a) $12^3 \cdot 12^5 = 12^{3+5} = 12^8$ b) $12^2 \cdot x^5 \cdot y^3 \cdot x^2 \cdot y = 144 \cdot x^7 \cdot y^4$
 c) $b^m \cdot b^3 \cdot z^{2m} \cdot z^m = b^{m+3} \cdot z^{3m}$

2. a) $a^5 : a^{-7} = a^{5-(-7)} = a^{12}$ b) $c^7 : c^3 = c^4$ c) $7^{25} : 7^8 = 7^{17}$

3. a) $(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$ b) $(a^4)^{-1} = a^{-4}$ c) $(b^4)^{2a} = b^{8a}$

Aufgaben mit Schwierigkeitsgrad 2

Seite 10

4. a) $p^2 \cdot p \cdot p^8 = p^{2+1+8} = p^{11}$ b) $p^2 \cdot q^7 \cdot p^4 = p^{2+4} \cdot q^7 = p^6 \cdot q^7$
 c) $o^m \cdot o^m = o^{m+m} = o^{2m}$ d) $b^{5r} \cdot b^{1r} \cdot b^{9r} = b^{5r+1r+9r} = b^{15r}$
 e) $c^{u-3} \cdot c^{u+2} = c^{u-3+u+2} = c^{2u-1}$ f) $g^{m-3} \cdot g^{3m-2} \cdot g^{m-4} = g^{m-3+3m-2+m-4} = g^{5m-9}$