

Zahlzerlegung

Hintergrund:

Die Fähigkeit der Kinder, strukturierte Mengen quasi-simultan zu erfassen, wird im nächsten Schritt aufgegriffen und erweitert. Es reicht jetzt aber nicht mehr aus, nur zu erkennen, wie viele Elemente eine Menge hat, und die Zerlegung implizit mitzudenken (also ein Kind erkennt 7 Äpfel, weil in der ersten Reihe 5 und in der zweiten Reihe 2 Äpfel liegen), sondern die Zerlegungen der Mengen werden nun explizit thematisiert. Dabei stehen zunächst die Zerlegungen der Zahlen 5 und 10 im Mittelpunkt, bevor im Weiteren die Zerlegungen aller Zahlen bis 10 behandelt werden. Die 5 und die 10 werden deshalb gesondert betrachtet, da ihnen beim Aufbau des Zahlverständnisses eine besondere Bedeutung zukommt. Die 5 als Hälfte der 10 und maximale Anzahl, die noch simultan erfasst werden kann, spielt eine besondere Rolle beim Aufbau des Zahlenraums bis 10. Die 10 ist als grundlegende Einheit des Dezimalsystems für das Rechnen von großer Bedeutung. Die Zerlegungen der Zahl 10 sollten von allen Kindern im Schlaf beherrscht werden, denn ein automatisierter Umgang der Zehnerzerlegung kann das spätere Rechnen von Aufgaben mit Zehnerübergang ungemein erleichtern.

Doch nicht nur die Zerlegungen der Zahlen 5 und 10 sollten sitzen, sondern am besten alle Zerlegungen jeder Zahl bis 10. Jede abgespeicherte und sicher beherrschte Zerlegung, die als Zahlentripel, z. B. 7-4-3 gewusst wird, erleichtert das Rechnen von Aufgaben. So können aus der Zerlegung der 7 in 4 und 3 mehrere Aufgaben abgeleitet werden:

- $3 + 4 = 7$ und $4 + 3 = 7$
- die Umkehraufgaben $7 - 4 = 3$ und $7 - 3 = 4$
- sämtliche Ergänzungsaufgaben wie $3 + \underline{\quad} = 7$ oder $7 - \underline{\quad} = 4$

Um Zerlegungen beim Rechnen nutzbar zu machen, ist es aber wichtig, dass die Zerlegungen nicht nur gedächtnismäßig beherrscht werden, sondern, dass die Kinder ein Verständnis für die zugrundeliegenden Prozesse haben. So müssen sie zunächst einmal überhaupt verstehen, dass man Mengen in Teile zerlegen und die Teile wieder zusammensetzen kann (das sogenannte Teil-Ganzes-Konzept). Natürlich sollten sie auch wissen, dass zu jeder Zahl eine Menge an Dingen gehört (Anzahl- oder Kardinalzahlkonzept). Um aber wirklich die Zerlegungen zu verstehen, müssen die Kinder eine Verknüpfung dieser beiden Konzepte, das Relationszahlkonzept, erworben haben. Denn erst dann wissen sie, dass sich Mengen zerlegen lassen und die Anzahl der Elemente der einzelnen Teile zusammengenommen genauso groß ist wie die Anzahl der Ursprungsmenge. Sie wissen dann auch, dass sich die Anzahlen zweier Mengen um eine dritte Anzahl unterscheiden können. **Erst wenn diese grundlegenden Einsichten vorhanden sind, ist eine Förderung der Zahlzerlegung, die auf das gedächtnismäßige Wissen der Zerlegungen abzielt, anzuraten.**

Förderung:

- 1) Fingerspiele
Fingerspiele bis 5

Fingerspiel zur Zerlegung der Zahlen 5 bis 10 in 5+x

Auch diese Zerlegungen können mit den Fingern gut eingeübt werden. Ein Kind hält 5 Finger hoch und wird dann gefragt, wie viele Finger noch fehlen, damit es z. B. 8 sind. Zunächst darf das Kind die Finger direkt anschauen. Wenn es dann sicherer wird, kann die Operation wie oben zunächst verdeckt werden, bevor dann die Finger komplett weggelassen werden.

Rechnen mit ganzen Händen

Nach und nach können die Beziehungen zwischen den Zahlen mit Rechenaufgaben verknüpft werden. Aus „An einer Hand habe ich 5 Finger, 2 sind ausgestreckt, dann sind 3 runtergeklappt“ können Aufgaben wie $3 + 2 = \underline{\quad}$ oder $5 - 3 = \underline{\quad}$ oder $2 + \underline{\quad} = 5$ unmittelbar abgeleitet werden.

Wichtig bei allen Fingerspielen ist, dass die Kinder die Finger nicht einzeln abzählend benutzen und hoch- bzw. runterklappen, sondern mit „Fingerpaketen“ arbeiten, d.h. Finger immer zusammen hoch- und runterklappen (z. B. 8: erst eine komplette Hand hochklappen, dann 3 Finger der anderen Hand auf einmal dazu).

1) Zerlegung aller Zahlen bis 10

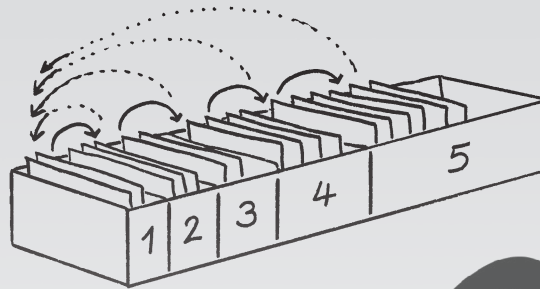
Nachdem die Kinder die Zerlegungen der 5 und 10 internalisiert haben, können alle Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 10 behandelt werden. Die Zahlzerlegungen können mit unterschiedlichen Materialien eingeführt und geübt werden. Die im Folgenden aufgeführten Materialien eignen sich dafür, wobei alle unterschiedliche Vorteile und Nachteile besitzen. Man sollte sich in der Einführung aber zunächst auf ein Material festlegen, bis die Kinder halbwegs sicher im Umgang mit diesem sind.

- Holzchips, Muggelsteine oder ähnliches: Durch sie können Mengen unmittelbar zerlegt und wieder zusammengesetzt werden. Ein Nachteil kann die unstrukturierte Darstellung der Zerlegung sein. So lässt sich bei einer Zerlegung der 10 in 7 und 3 die 7 nicht auf einen Blick erkennen, wenn sie nicht gegliedert wird in 5 und 2.
- Wendeplättchen, Kugelkette oder Steckwürfelstange erlauben das gegenseitige Verändern der Mengen. So wird aus der Zerlegung der 9 in 2 und 7 ganz schnell die Zerlegung in 3 und 6 durch das Rüberschieben/Umdrehen eines Elements. Ein Nachteil kann aber auch hier die fehlende Körner-Strukturierung sein.
- Zahlenstufen: Holzstäbe unterschiedlicher Höhe können eingesetzt werden, wenn die Kinder nicht mehr auf die direkte Anzahl angewiesen sind. Sie erlauben



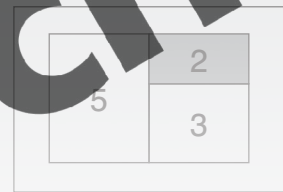
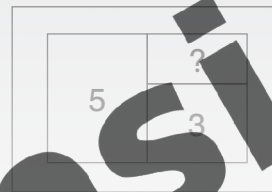
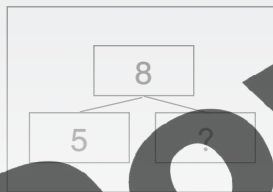
1) Automatisierung

Wenn ein Verständnis für Zahlzerlegungen vorhanden ist und schon einige Zerlegungen, insbesondere der 5 und der 10, beherrscht werden, dann können durch ein Automatisierungstraining alle Zerlegungen gelernt werden. Hilfreich hierzu ist ein Karteikastensystem. Dazu werden die behandelten Zerlegungen auf Karteikärtchen geschrieben (z. B. als „Zerlegungstripel“), wobei aber eine Zahl fehlt. Diese steht auf der Rückseite des Kärtchens. Das Kind nimmt sich nun eine Karte aus dem 1. Fach. Wenn das Kind die fehlende Zahl richtig weiß, dann kommt die Karte ins nächste Fach. Nachdem alle Karten des 1. Fachs durchgespielt wurden, wird das 2. Fach abgearbeitet. Insgesamt gibt es mindestens 5 Fächer, eine Karte im 5. Fach wurde also 4-mal richtig gewusst. Wird eine falsche Zahl genannt, wandert die Karte zurück in das 1. Fach, egal in welchem Fach die Karte vorher war.



Noch einmal sei darauf hingewiesen, dass man nicht zu früh mit dem Automatisierungstraining beginnen sollte!

Bevor die abstrakten „Zerlegungstripel“ zum Einsatz kommen, kann man auch Karten mit abgebildeten Zahlenstufen bereitstellen, um den Kindern eine ungefähre Abschätzung der gesuchten Zahl zu ermöglichen.



Beispielkarten: Zerlegungstripel und Zahlenstufen (je Vorder- und Rückseite)

Zu den Arbeitsblättern:

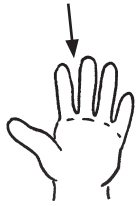
In den Aufgaben werden die Fingerübungen aufgegriffen und die Zerlegungen auf andere Darstellungen übertragen. Die Aufgaben sind so konzipiert, dass ein direktes Abzählen der fehlenden Menge bzw. Zahl nicht möglich ist. Sie dienen deshalb der Festigung der Zahlzerlegungen. Sollten die Schüler also noch Schwierigkeiten haben, diese Aufgaben nicht lösen können, dann muss in die Erarbeitungsphase mit konkreten Materialien zurückgegangen werden.

Fingerbilder der 5

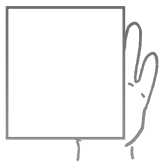
1 Der Pfeil teilt die 5 Finger. Schreibe die passenden Zahlen in die Kästchen.



3



2 Wie viele Finger verstecken sich unter dem Tuch? Schreibe die Zerlegung in die Kästchen.



3 2



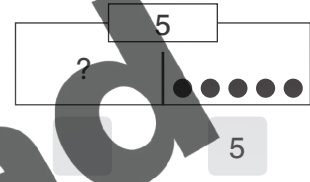
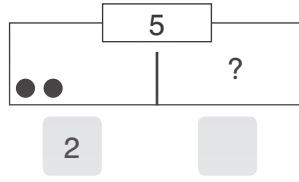
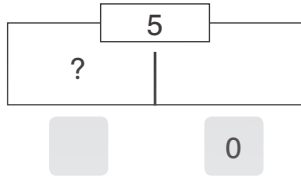
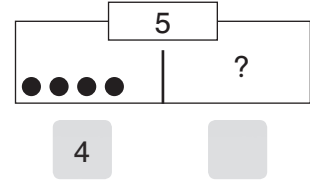
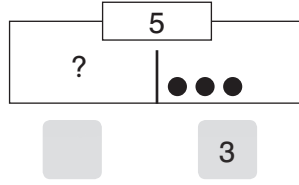
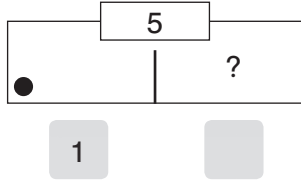
2



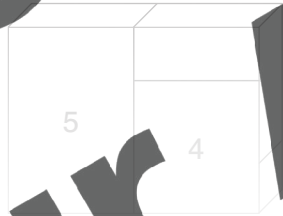
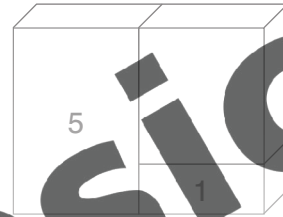
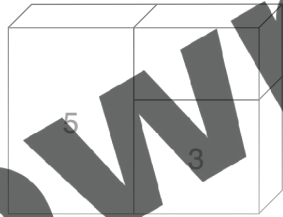
Download zur Ansicht

Zerlegungen der 5

1 Wie viele Kugeln werden verdeckt?



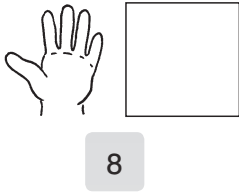
2 Welche Zahl muss auf dem leeren Baustein stehen?



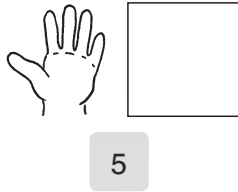
Download zur Ansicht

Zerlegungen in 5 und x

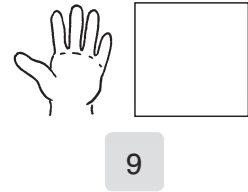
1 Wie viele Finger fehlen noch? Schreibe die Zahl in das Kästchen.



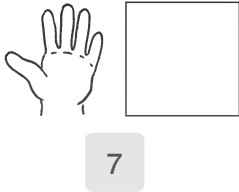
8



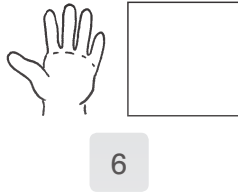
5



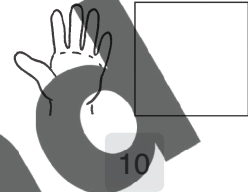
9



7

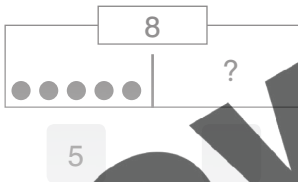


6



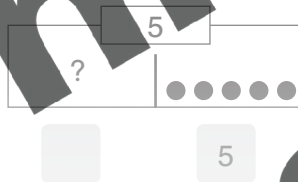
10

2 Wie viele Kugeln werden verdeckt?



8

5



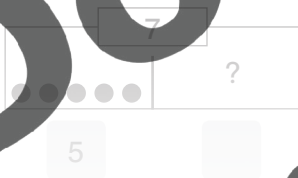
5

5



9

5



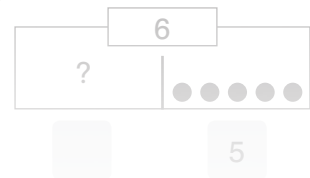
7

5



10

5



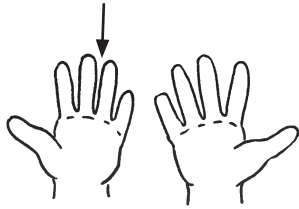
6

5

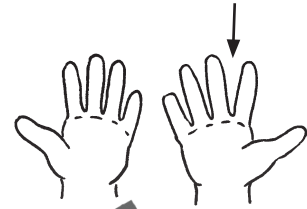
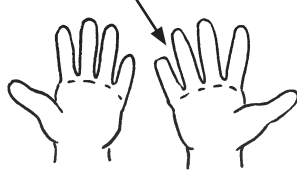
Download zur Ansicht

Fingerbilder der 10

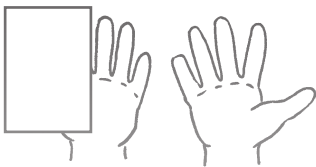
1 Der Pfeil teilt die 10 Finger. Schreibe die passenden Zahlen in die Kästchen.



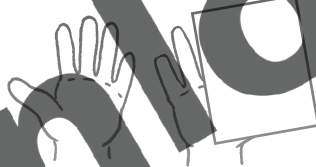
3



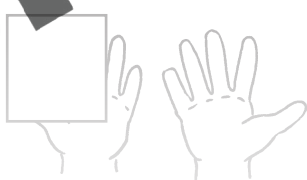
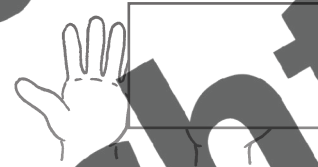
2 Wie viele Finger verstecken sich unter dem Tuch? Schreibe die Zerlegung in die Kästchen.



2 8



7



Download zur Ansicht

Zerlegungen der 10: Kugelketten

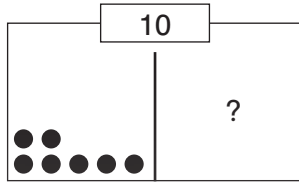
Mit der Kugelkette kannst du leicht alle Zerlegungen der 10 herausfinden, indem du immer eine Kugel auf die andere Seite schiebst.

10		0
9		1
		
		
		
		
		

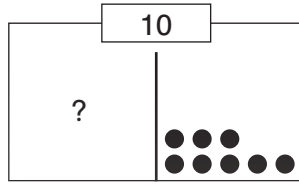
Download zur Ansicht

Zerlegungen der 10: Schüttelboxen

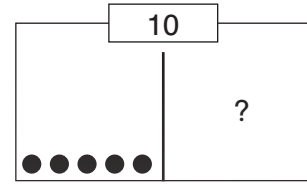
Wie viele Kugeln werden verdeckt?



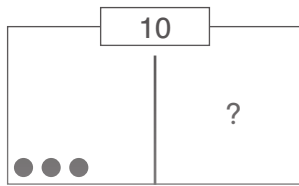
7



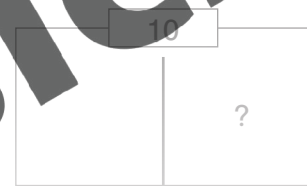
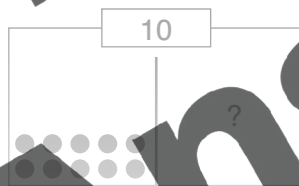
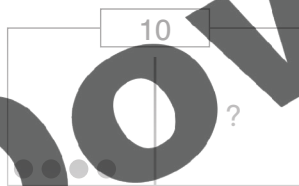
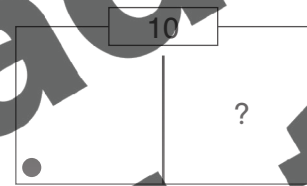
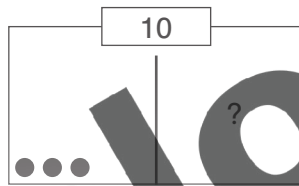
8



5



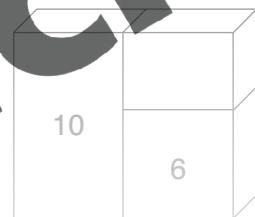
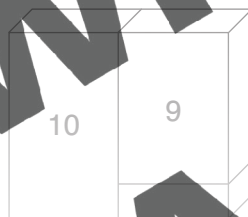
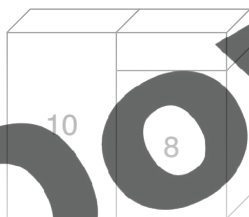
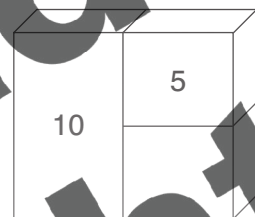
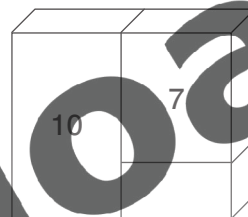
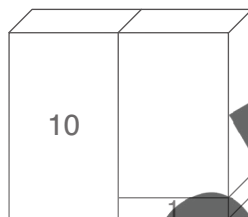
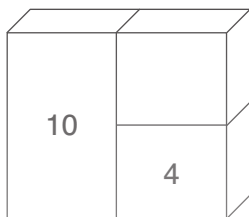
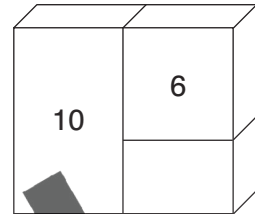
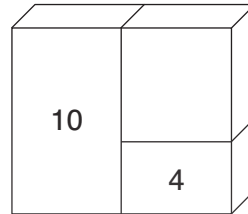
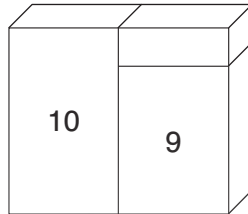
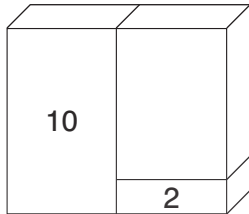
3



Download zur Ansicht

Zerlegungen der 10: Zahlentürme und Zerlegungen

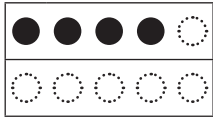
1 Welche Zahl muss auf dem leeren Baustein stehen?



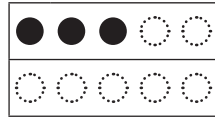
2 Kennst du die Zerlegungen?

Zerlegungen der 10 im Zehnerfeld I

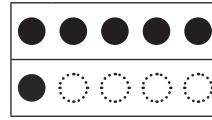
1 Wie viele fehlen im Zehnerfeld?



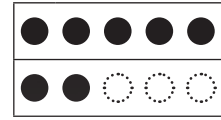
$$10 = 4 + 6$$



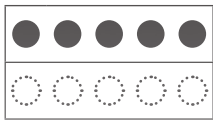
$$10 = 3 + \square$$



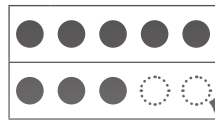
$$10 = \square + \square$$



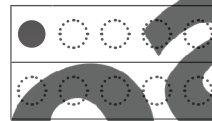
$$10 = \square + \square$$



$$10 = \square + \square$$



$$10 = \square + \square$$



$$10 = \square + \square$$



$$10 = \square + \square$$



$$10 = \square + \square$$



$$10 = \square + \square$$



$$10 = \square + \square$$

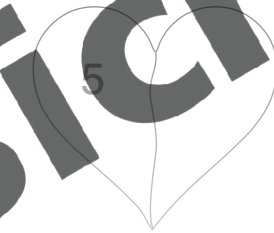
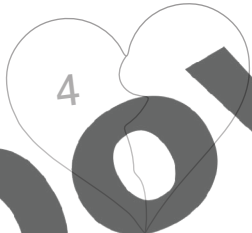
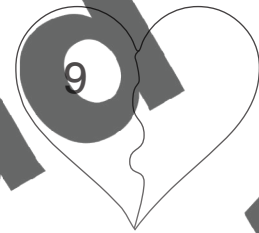
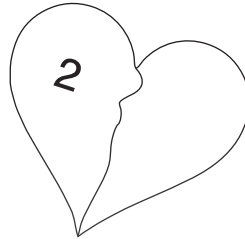
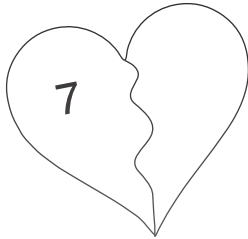


$$10 = \square + \square$$

2 Übe nochmal die Zerlegungen der 10.

Verliebte Zahlen I

Trage die fehlenden Zahlen ein. Lerne die verliebten Zahlenpaare auswendig.



Download
zur Ansicht

Verliebte Zahlen II

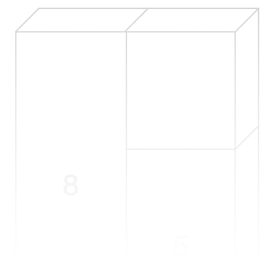
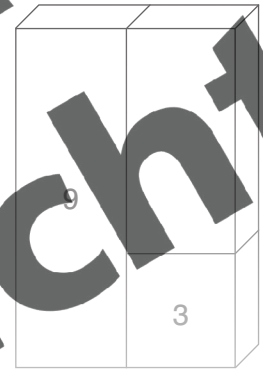
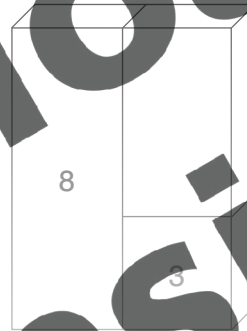
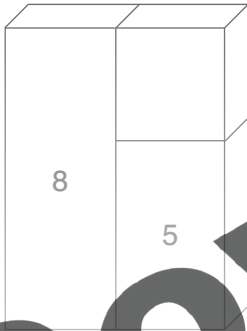
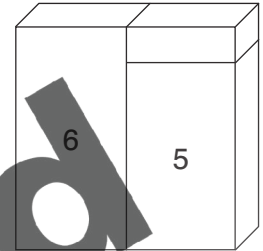
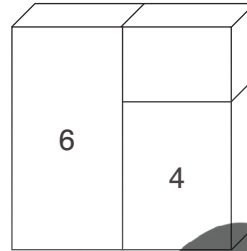
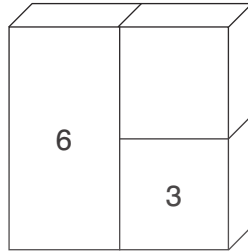
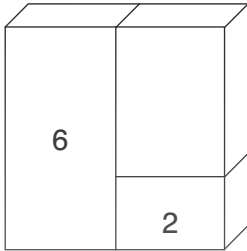
Kannst du die verliebten Zahlen zuordnen? Verbinde.



Download zur Ansicht

Zerlegungen aller Zahlen bis 10: Zahlentürme I

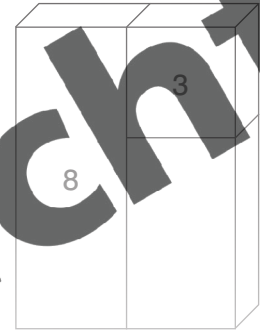
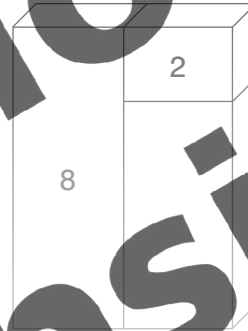
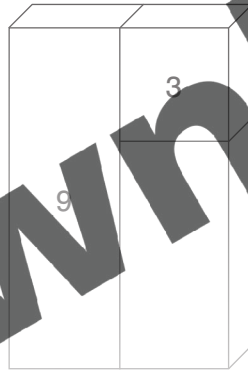
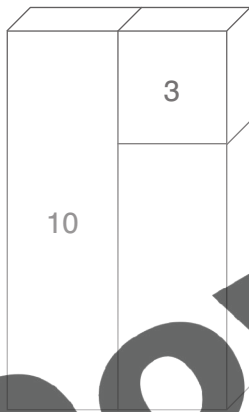
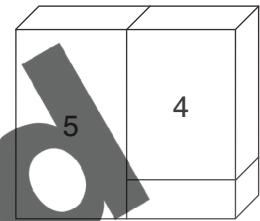
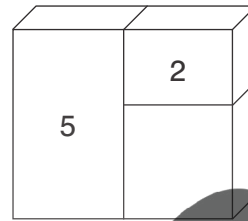
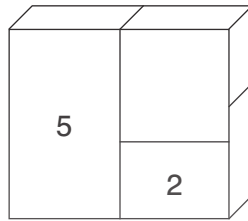
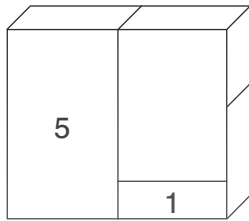
Welche Zahl muss auf dem leeren Baustein stehen?



Download zur Ansicht

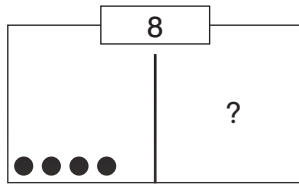
Zerlegungen aller Zahlen bis 10: Zahlentürme II

Welche Zahl muss auf dem leeren Baustein stehen?

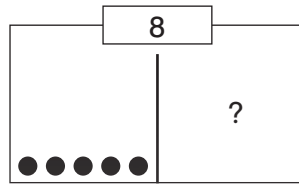


Zerlegungen aller Zahlen bis 10: Schüttelboxen

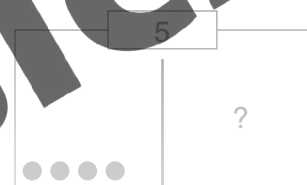
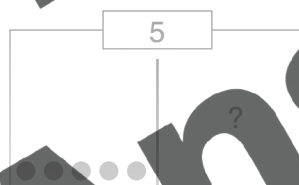
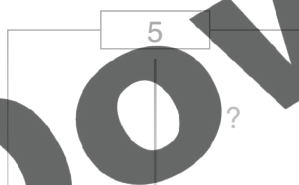
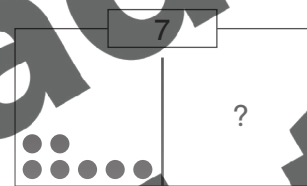
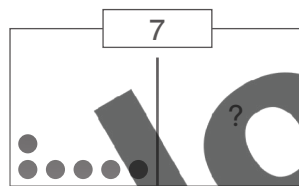
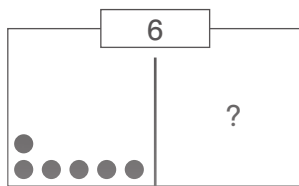
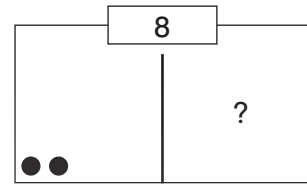
Wie viele Kugeln werden verdeckt?



4



5



Download zur Ansicht

Zahlenhäuser und Zerlegungen I

1 Fülle die Zahlenhäuser aus.

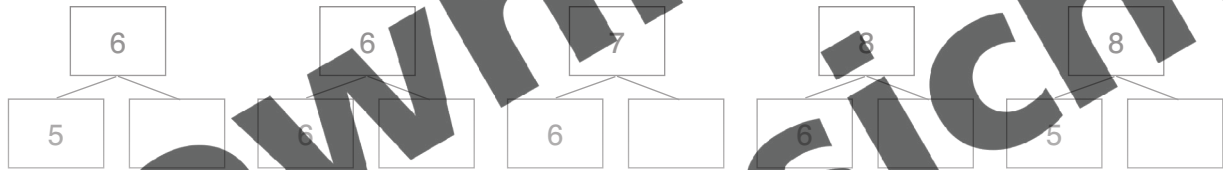
5	
4	1
	2
	5
1	

8	
4	
6	
	5
0	

7	
3	
	6
	1
2	

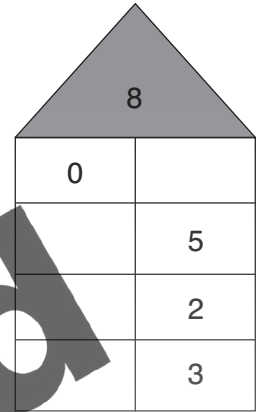
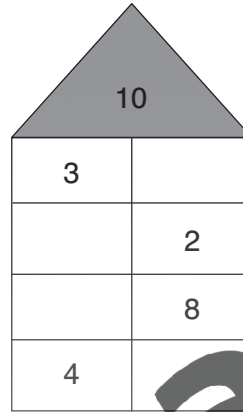
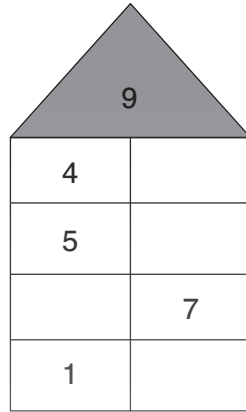
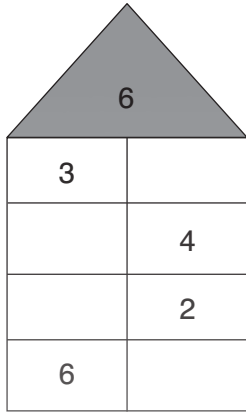
4	
0	
1	
	2
	3

2 Kennst du die Zerlegungen?

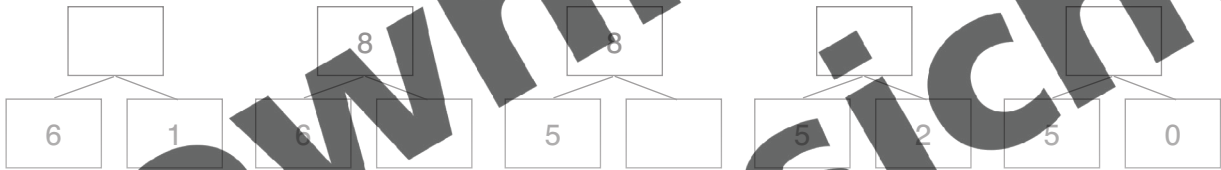


Zahlenhäuser und Zerlegungen II

1 Fülle die Zahlenhäuser aus.



2 Kennst du die Zerlegungen?



Download zur Ansicht

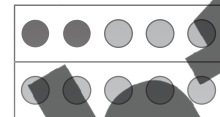
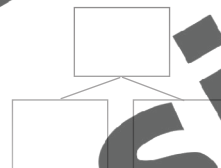
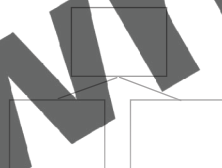
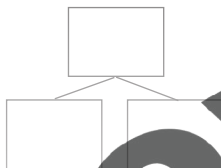
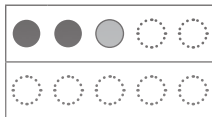
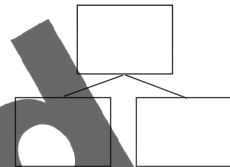
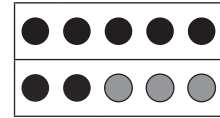
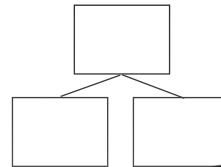
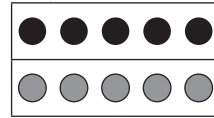
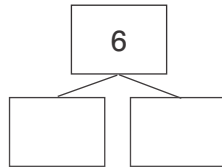
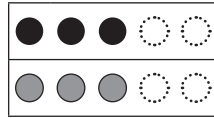
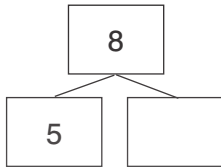
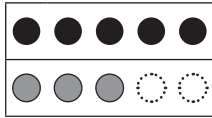
Finde die Fehler!

In jeder Reihe hat sich ein Fehler eingeschlichen. Kreise die Buchstaben der falschen Zerlegungen ein und du erhältst ein Lösungswort.

R	S	T	U	V
7	8	8	7	5
6 1	5 4	5 3	5 2	5 0
M	N	O	P	Q
9	4	5	6	8
6 3	0 4	2 3	5 2	4 4
A	E	I	O	U
3	4	10	8	9
2 1	2 2	7 2	3 5	5 4
R	S	T	U	V
4	5	4	5	7
3 1	4	3 3	3 2	0 7

Vom Zerlegen zum Rechnen: Zehnerfeld I

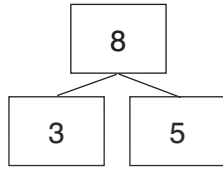
Kannst du die passende Zerlegung zu dem Zehnerfeld finden?



Download zur Ansicht

Vom Zerlegen zum Rechnen: Zerlegungen I

Löse zu der Zerlegung die passenden Aufgaben.

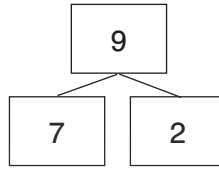


$3 + 5 = \square$

$5 + 3 = \square$

$8 - 5 = \square$

$8 - 3 = \square$

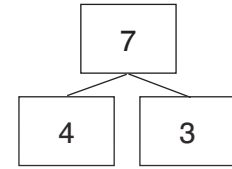


$7 + 2 = \square$

$2 + 7 = \square$

$9 - 2 = \square$

$9 - 7 = \square$

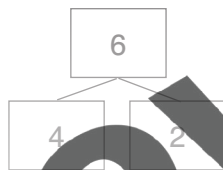


$4 + 3 = \square$

$3 + 4 = \square$

$7 - 3 = \square$

$7 - 4 = \square$

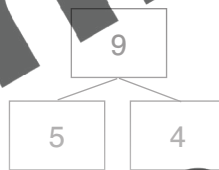


$4 + 2 = \square$

$2 + 4 = \square$

$6 - 2 = \square$

$6 - 4 = \square$



$5 + 4 = \square$

$4 + 5 = \square$

$9 - 5 = \square$

$9 - 4 = \square$



$4 + 1 = \square$

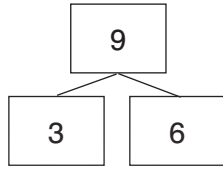
$1 + 4 = \square$

$5 - 4 = \square$

$5 - 1 = \square$

Vom Zerlegen zum Rechnen: Zerlegungen II

Finde zu jeder Zerlegung die passenden Aufgaben.

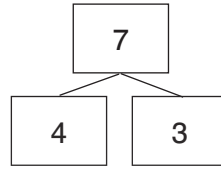


$3 + \square = \square$

$6 + \square = \square$

$9 - \square = \square$

$9 - \square = \square$

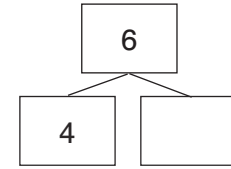


$4 + \square = \square$

$\square + \square = \square$

$7 - \square = \square$

$\square - \square = \square$

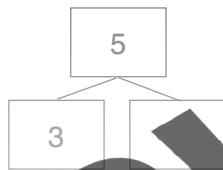


$\square + \square = \square$

$\square + \square = \square$

$\square - \square = \square$

$\square - \square = \square$

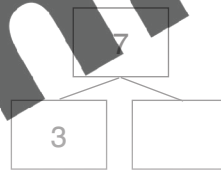


$3 + \square = \square$

$\square + \square = \square$

$5 - \square = \square$

$\square - \square = \square$



$\square + \square = \square$

$\square + \square = \square$

$\square - \square = \square$

$\square - \square = \square$



$\square + \square = \square$

$\square + \square = \square$

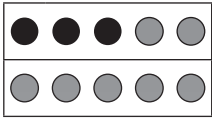
$\square - \square = \square$

$\square - \square = \square$

Download zur Ansicht

Vom Zerlegen zum Rechnen: Zehnerfeld II

Finde zu jedem Zehnerfeld die passenden Aufgaben.

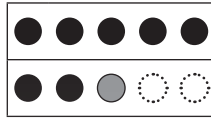


3 + 7 = □

7 + □ = □

10 - 7 = □

10 - □ = □

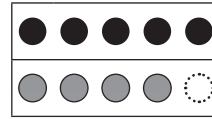


7 + □ = □

□ + □ = □

□ - □ = □

□ - □ = □

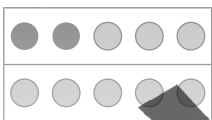


□ + □ = □

□ + □ = □

□ - □ = □

□ - □ = □



□ + □ = □

□ + □ = □

□ - □ = □

□ - □ = □



□ + □ = □

□ + □ = □

□ - □ = □

□ - □ = □



□ + □ = □

□ + □ = □

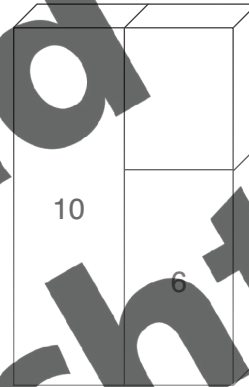
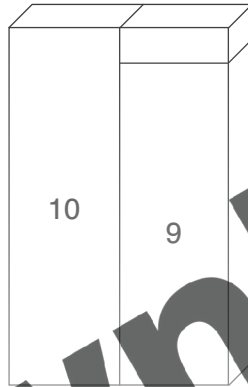
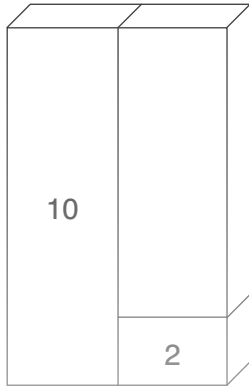
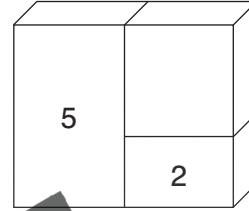
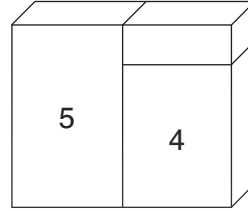
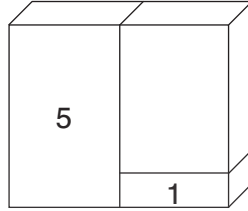
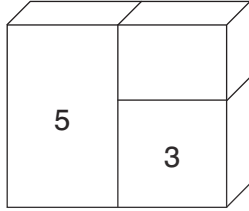
□ - □ = □

□ - □ = □

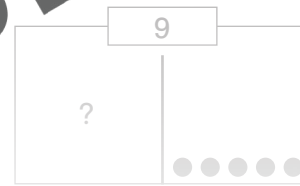
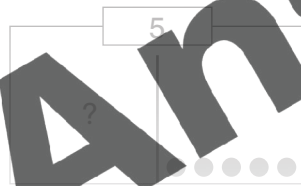
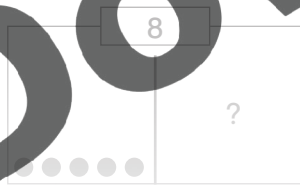
Download zur Ansicht

Gemischte Übungen I

1 Welche Zahl muss auf dem leeren Baustein stehen?



2 Kennst du die Zerlegungen?



5

?

5

?

5

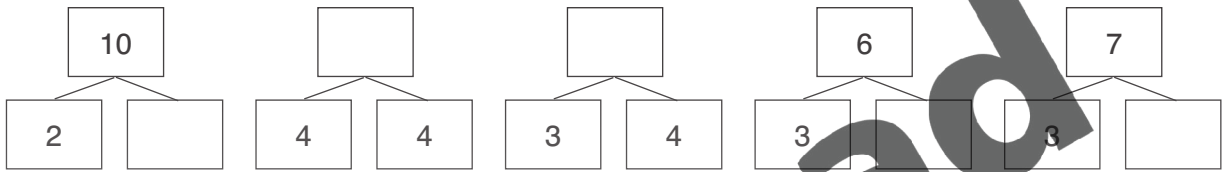
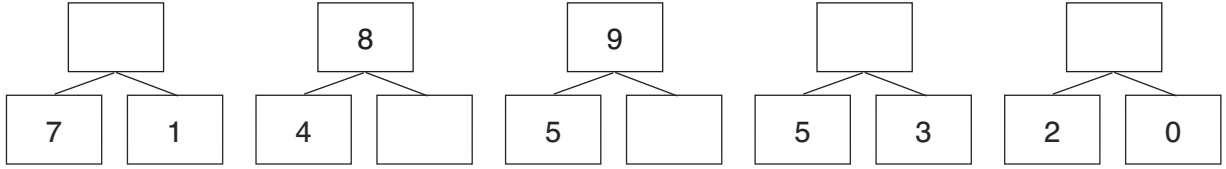
10

6

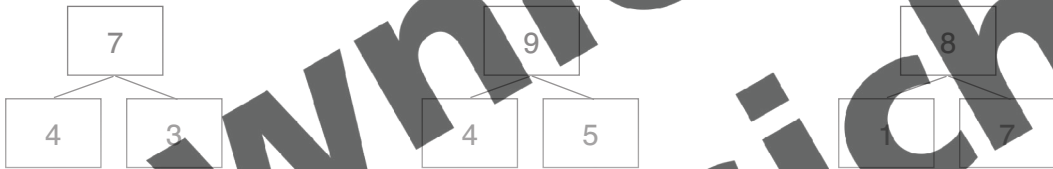
Download zur Ansicht

Gemischte Übungen II

1 Kennst du die Zerlegungen?



2 Löse zu der Zerlegung die passenden Aufgaben.



$3 + 4 =$	$4 + 5 =$	$1 + 7 =$
$4 + 3 =$	$5 + 4 =$	$7 + 1 =$
$7 - 4 =$	$9 - 4 =$	$8 - 1 =$
$7 - 3 =$	$9 - 5 =$	$8 - 7 =$

Download zur Ansicht

Zahlzerlegung

AB 1

- 1 $3/2, 2/3, 1/4, 4/1, 3/2$
- 2 $3/2, 2/3, 3/2, 1/4 \mid 0/5$ oder $5/0, 4/1, 3/2, 5/0$ oder $0/5 \mid 3/2, 0/5$ oder $5/0, 4/1, 2/3 \mid 3/2, 1/4, 5/0$ oder $0/5, 1/4$

AB 2

- 1 $1/4, 2/3, 4/1 \mid 5/0, 2/3, 0/5$
- 2 $2/3, 1/4, 4/1, 2/3$
- 3 $0/5, 1/4, 1/4, 5/0, 3/2, 2/3$

AB 3

- 1 $3, 0, 4 \mid 2, 1, 5$
- 2 $5/3, 0/5, 4/5 \mid 5/2, 5/5, 1/5$
- 3 $5/4, 2/5, 3/5, 5/5, 1/5, 0/5$

AB 4

- 1 $3/7, 6/4, 8/2$
- 2 $2/8, 7/3, 4/6 \mid 1/9, 6/4, 3/7 \mid 8/2, 0/10$ oder $10/0, 5/5 \mid 2/8, 1/9, 9/1$

AB 5

$10/0, 9/1, 8/2, 7/3, 6/4, 5/5, 4/6, 3/7, 2/8, 1/9, 0/10$

AB 6

$7/3, 2/3, 5/5 \mid 3/7, 3/7, 1/9 \mid 4/6, 10/0, 0/10 \mid 9/1, 3/7, 5/5, 2/8, 1/9, 7/3$

AB 7

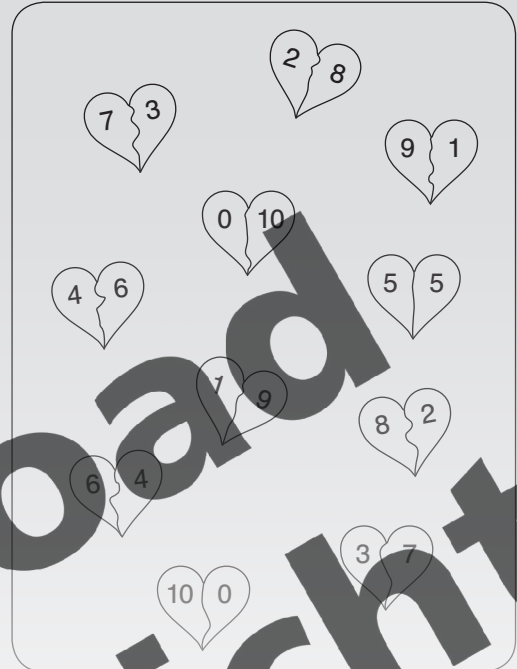
1 $2/8, 9/1, 4/6, 5/5, 4/6, 9, 3/7, 5/5 \mid 8/2, 1/9, 7/3$

2 $2/8, 9/1, 4/6, 5/5, 4/6, 9, 3/7, 5/5 \mid 8/2, 1/9, 7/3$

$= 0 + 10 \mid 10 = 2 + 8, 10 = 3 + 7, 10 = 10 + 0, 10 = 9 + 1$

2 $2/8, 4/6, 9/1, 8/2, 8/2 \mid 1/9, 0/10, 0/10, 7/3, 6/4$

AB 9



AB 10



AB 12

$1/4, 2/3, 3/2, 1/4 \mid 7/3, 6/3, 6/2, 5/3 \mid$

$7/4/3, 6/4/2, 6/3/3, 6/2/4 \mid 4/2/2, 4/1/5, 3/1/2,$
 $3/2/1$

AB 13

$4/4, 5/3, 2/6 \mid 6/0, 6/1, 7/0 \mid 0/5, 5/0, 4/1 \mid 6/3,$
 $7/2, 7/3 \mid 4/3, 2/5, 0/7$

AB 14

① $4/1, 3/2, 0/5, 1/4 \mid 4/4, 6/2, 3/5, 0/8 \mid 3/4,$
 $1/6, 6/1, 2/5 \mid 0/4, 1/3, 2/2, 1/3$

② $5/1, 6/0, 6/1, 6/2, 5/3 \mid 2/3, 3/2, 1/4, 4/2,$
 $1/6 \mid 1/8, 0/9, 0/8, 1/6, 2/5 \mid 2/1, 0/3, 0/4,$
 $4/1, 1/5$

AB 15

① $3/3, 2/4, 4/2, 6/0 \mid 4/5, 5/4, 2/7, 1/8 \mid 3/7,$
 $8/2, 2/8, 4/6 \mid 0/8, 3/5, 6/2, 5/3$

② $7/6/1, 8/6/2, 8/5/3, 7/5/2, 5/5/0 \mid 5/2/3,$
 $6/3/3, 7/3/4, 8/3/5, 9/3/6 \mid 6/4/2, 7/4/3,$
 $8/4/4, 8/3/5, 9/4/5, 10/1/9, 9/2/7, 9/3/6,$
 $8/2/6, 7/4/3$

AB 16

Lösungswort: SPITZE

AB 17

$8/5/3, 6/3/3, 10/5/5, 10/7/3 \mid 3/2/1, 5/2/2,$
 $8/3/5, 10/2/8 \mid 9/6/3, 10/9/1, 8/4/4, 8/2/6 \mid$
 $9/7/2, 9/4/5, 10/2/8, 10/10/0$

AB 18

$3 + 5 = 8, 5 + 3 = 8, 8 - 3 = 5, 8 - 5 = 3 \mid$

$7 + 2 = 9, 2 + 7 = 9, 9 - 2 = 7, 9 - 7 = 2 \mid$

$4 + 2 = 6, 2 + 4 = 6, 6 - 2 = 4, 6 - 4 = 2 \mid$

$5 = 8, 5 + 3 = 8, 8 - 3 = 5, 8 - 5 = 3 \mid 2 + 2 = 4,$
 $2 + 2 = 4, 4 - 2 = 2, 4 - 2 = 2$

AB 20

$3 + 7 = 10, 7 + 3 = 10, 10 - 7 = 3, 10 - 3 = 7 \mid$

$7 + 1 = 8, 1 + 7 = 8, 8 - 1 = 7, 8 - 7 = 1 \mid$

$5 + 4 = 9, 4 + 5 = 9, 9 - 4 = 5, 9 - 5 = 4 \mid$

$2 + 8 = 10, 8 + 2 = 10, 10 - 2 = 8, 10 - 8 = 2 \mid$

$2 + 3 = 5, 3 + 2 = 5, 5 - 2 = 3, 5 - 3 = 2 \mid$

$6 + 4 = 10, 4 + 6 = 10, 10 - 4 = 6, 10 - 6 = 4 \mid$

$2 + 5 = 7, 5 + 2 = 7, 7 - 2 = 5, 7 - 5 = 2 \mid 4 + 4$

$= 8, 4 + 4 = 8, 8 - 4 = 4, 8 - 4 = 4 \mid$

$5 + 3 = 8, 3 + 5 = 8, 8 - 5 = 3, 8 - 3 = 5$

AB 21

① $3/2, 1/4, 4/1, 2/3 \mid 2/8, 9/1, 4/6, 6/4$

② $5/3, 0/5, 4/5 \mid 5/2, 5/5, 1/5 \mid 3/7, 8/2, 1/9$

AB 22

① $8/7/1, 8/4/4, 9/5/4, 8/5/3, 2/2/0 \mid 10/2/8,$
 $8/4/4, 7/3/4, 6/3/3, 7/3/4$

② $3 + 4 = 7, 4 + 3 = 7, 7 - 4 = 3, 7 - 3 = 4 \mid 4$

$+ 5 = 9, 5 + 4 = 9, 9 - 4 = 5, 9 - 5 = 4 \mid$

$1 + 7 = 8, 7 + 1 = 8, 8 - 1 = 7, 8 - 7 = 1$

③ $3 + 5 = 8, 5 + 3 = 8, 8 - 5 = 3, 8 - 3 = 5 \mid 2$

$+ 5 = 7, 5 + 2 = 7, 7 - 2 = 5, 7 - 5 = 2 \mid$

$1 + 3 = 4, 3 + 1 = 4, 4 - 1 = 3, 4 - 3 = 1$