Vorwort

Bei den vorliegenden Stationsarbeiten handelt es sich um eine Arbeitsform, bei der unterschiedliche Lernvoraussetzungen, unterschiedliche Zugänge und Betrachtungsweisen und unterschiedliche Lern- und Arbeitstempi der Schüler[1] Berücksichtigung finden. Die Grundidee ist, den Schülern einzelne Arbeitsstationen anzubieten, an denen sie gleichzeitig selbstständig arbeiten können. Die Reihenfolge des Bearbeitens der einzelnen Stationen ist dabei ebenso frei wählbar wie das Arbeitstempo und meist auch die Sozialform.
Innerhalb einer Stationsarbeit können Sie als Lehrkraft Stationen als Wahlstationen und als Pflichtstationen deklarieren (siehe Laufzettel). Diese Zuteilung haben wir bewusst nicht vorgegeben, sie liegt in Ihrem jeweiligen Ermessen.

Als dominierende Unterrichtsprinzipien sind bei allen Stationen die Schülerorientierung und Handlungsorientierung aufzuführen.
Schülerorientierung meint, dass der Lehrer in den Hintergrund tritt und nicht mehr im Mittelpunkt der Interaktion steht. Er wird zum Beobachter, Berater und Moderator. Seine Aufgabe ist nicht das Strukturieren und Darbieten des Lerngegenstandes in kleinsten Schritten, sondern durch die vorbereiteten Stationen eine Lernatmosphäre zu schaffen, in der die Schüler sich Unterrichtsinhalte eigenständig erarbeiten bzw. Lerninhalte festigen und vertiefen können.
Handlungsorientierung meint, dass das angebotene Material und die Arbeitsaufträge für sich selbst sprechen. Der Unterrichtsgegenstand und die zu gewinnenden Erkenntnisse werden nicht durch den Lehrer dargeboten, sondern durch die Auseinandersetzung mit dem Material und die eigene Tätigkeit gewonnen und begriffen.

Mit dieser Veröffentlichung möchten wir – wie bereits oben angesprochen – Materialien zur Verfügung stellen, die an die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen von Schülern anknüpfen. Jeder Einzelne erhält seinen eigenen Zugang zum inhaltlichen Lernstoff. Die einzelnen Stationen ermöglichen das Lernen mit allen Sinnen bzw. unter Nutzung der verschiedenen Eingangskanäle. Dabei werden sowohl visuelle (sehorientierte) als auch haptische (fühlorientierte) und auch intellektuelle Lerntypen angesprochen. An dieser Stelle werden auch gleichermaßen die brunerschen Repräsentationsebenen (enaktiv bzw. handelnd, ikonisch bzw. visuell und symbolisch) mit einbezogen. Aus Ergebnissen der Wissenschaft ist bekannt: Je mehr Eingangskanäle angesprochen werden, umso besser und langfristiger wird Wissen gespeichert und damit umso fester verankert. Das vorliegende Arbeitsheft unterstützt in diesem Zusammenhang das Erinnerungsvermögen, das nicht nur an Einzelheiten, an Begriffe und Zahlen geknüpft ist, sondern häufig auch an die Lernsituation.

Für jedes der fünf mathematischen Themen wird zusätzlich eine Lernkontrolle angeboten, mit deren Hilfe Sie den Lernerfolg Ihrer Schüler genau feststellen können.

Jeder Aufgabe wurde außerdem ein entsprechender Anforderungsbereich aus den Bildungsstandards zugeordnet[2]:

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieses Niveau umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

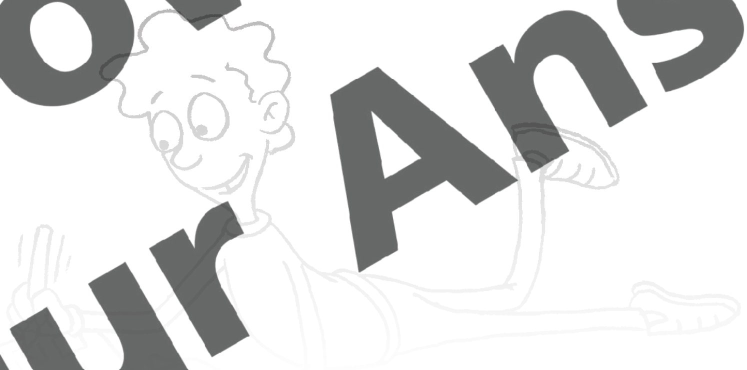
Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Die entsprechende Angabe befindet sich in Klammern hinter einer jeden Aufgabe. Dabei steht „R“ für den Bereich „Reproduzieren“, „Z“ für den Bereich „Zusammenhänge herstellen“ und „V“ für den Bereich „Verallgemeinern und Reflektieren“.

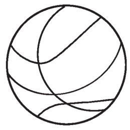


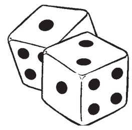
Station 1

Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung (1)

Name: ____________________

Aufgabe 1 (R)





a) Ordne in der Tabelle den angegebenen Definitionen die passenden Begriffe aus dem unten vorgegebenen Wortspeicher zu.

b) Überlege dir dann zu den angegebenen Beispielen für Zufallsexperimente den Ergebnisraum, zwei mögliche Ereignisse und wie man deren Wahrscheinlichkeiten bestimmt.

Begriffe	Definition	Beispiel 1	Beispiel 2
	Ein Versuch, bei dem verschiedene Ergebnisse eintreten können.	Ein Würfel wird einmal geworfen.	Ein Basketball wird einmal auf den Korb geworfen.
	Zusammenfassung aller möglichen Ergebnisse		
	Teilmenge des Ergebnisraums		
	Eine Zahl zwischen 0 und 1 (0 % und 100 %), die angibt, wie wahrscheinlich ein Ergebnis oder Ereignis eintritt.		Kann nur über die ____________ ____________ geschätzt werden.
	Ein Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse	Hierbei handelt es sich	Hierbei handelt es sich

Station 1

Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung (2)

Name: ____________

Aufgabe 2 (R)

Kreuze an, ob es sich bei den angegebenen Zufallsversuchen um Laplace-Experimente handelt.

a) Würfeln mit einem Würfel ☐ ja ☐ nein

b) Würfeln mit zwei Würfeln. Es zählt die Augensumme. ☐ ja ☐ nein

c) Würfeln mit einem gezinkten Würfel ☐ ja ☐ nein

d) Münzwurf ☐ ja ☐ nein

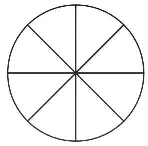
e) Werfen eines Dartpfeils auf eine Scheibe ☐ ja ☐ nein

f) Ziehen aus einer Urne mit 6 schwarzen und 4 weißen Kugeln ☐ ja ☐ nein

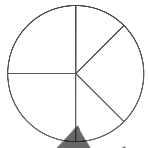
g) Ziehen aus einer Urne mit 10 durchnummerierten Kugeln ☐ ja ☐ nein

h) Drehen an Glücksrad Nr. 1 ☐ ja ☐ nein

i) Drehen an Glücksrad Nr. 2 ☐ ja ☐ nein



Glücksrad Nr. 1



Glücksrad Nr. 2

Aufgabe 3 (Z)

Wahrscheinlichkeiten begegnen uns im Alltag auch an Orten, die mit Gewinnen oder Verlieren gar nichts zu tun haben.

So heißt es in einem Wetterbericht beispielsweise: Die Niederschlagswahrscheinlichkeit beträgt 80 %. Was bedeutet das?

Nimm begründet Stellung zu folgenden Aussagen:

Anton: „80 % der Tageszeit wird es regnen. Das sind etwa 19 Stunden."

Das Gesetz der großen Zahlen

Name:

Aufgabe 2 (Z)

Nimm begründet Stellung zu Sandras Behauptung.

Aufgabe 3 (Z)

Ein Würfel mit unbekannter Beschriftung wird 100-mal geworfen. Nur die Zahlen 1 bis 6 können als Augenzahlen vorkommen. Welche Zahlen kommen wohl wie oft auf dem Würfel vor? Begründe deine Antwort.

Augenzahl	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Absolute Häufigkeit	31	0	11	39	0	19

Station 3

Absolute und relative Häufigkeiten (1)

Name: ____________________

Aufgabe 1 (Z)

In der Tabelle sind die Ergebnisse von Karl, Maja und Jannik beim Fußball-Training notiert.
Wen würdest du als Trainer beim Elfmeter-Schießen einsetzen?

	Torschüsse	Treffer
Karl	75	30
Maja	60	21
Jannik	72	24

Aufgabe 2 (R)

Eine Umfrage zum Thema „Hobbys“ ergab folgende Ergebnisse. Dabei sollte jeder Schüler sich für eine Antwort entscheiden.

	PC	Sport	Lesen	WhatsApp	Freunde/ Unternehmungen
Anzahl in der 8a	10	7	3	6	6
Anzahl in der 8b	8	6	1	5	7

a) Bestimme die relativen Häufigkeiten.

b) Welche Klasse ist sportlicher?

c) Erkläre anhand des Bereichs Sport die Begriffe „absolute“ und „relative Häufigkeit“.

d) Addiere für jede Klasse die einzelnen relativen Häufigkeiten. Was fällt dir auf?
Welcher Hinweis ist nötig, damit du diese sogenannte „Summenprobe“ anwenden kannst?

Aufgabe 3 (R)

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,
mit dem abgebildeten Glücksrad

Station 3

Absolute und relative Häufigkeiten (2)

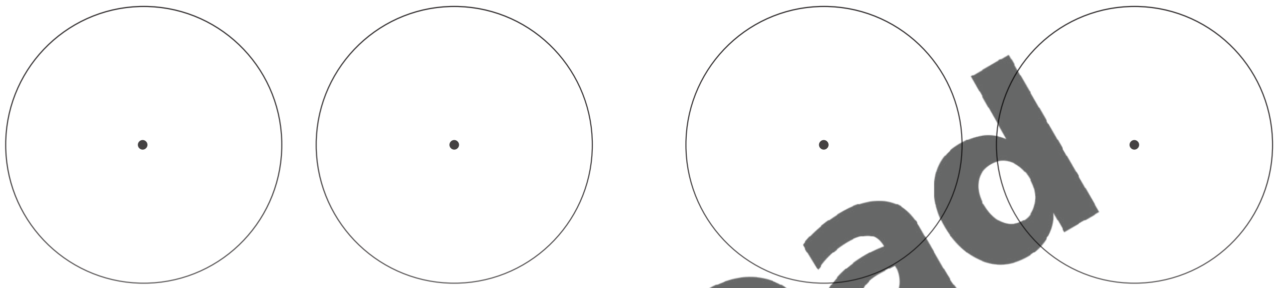
Name: ____________

Aufgabe 4 (R)

Zeichne jeweils zwei verschiedene Glücksräder, sodass

a) die Wahrscheinlichkeit für Blau und Gelb je 25 % beträgt.

b) die Wahrscheinlichkeit für Rot 20 % beträgt.



Aufgabe 5 (R)

Wie viele gelbe, rote, blaue und grüne Kugeln müssten in der Urne sein, damit die entsprechenden farbigen Kugeln mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten gezogen werden?

Farbe	gelb	rot	blau	grün
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$

Aufgabe 6 (R)

Formuliere jeweils das Gegen-Ereignis zu den nachfolgenden Ereignissen (E) und stelle sowohl Ereignis als auch Gegen-Ereignis als Mengen dar (ohne das Wort „nicht“ zu verwenden).

Es wird mit einem Würfel gewürfelt.

a) E: Die Augenzahl ist gerade.

____

b) E: Die Augenzahl ist größer als 4.

Station 4

Name: ______________

Spiel mit zwei Würfeln (1)

Aufgabe (R)

a) Geht in einer Gruppe zu zwei bis vier Spielern zusammen und spielt folgendes Spiel.

Spielregeln:

1. Wählt euch jeweils ein Startfeld und setzt eure Spielfigur darauf. Dabei sollte möglichst jeder Spieler ein anderes Startfeld wählen.
2. Der Spieler, der als nächster Geburtstag hat, beginnt. Wirf die zwei Würfel und addiere die beiden Augenzahlen.
3. Stimmt der Wert der Augensumme mit einer Zahl auf deinem Startfeld überein, dann darfst du ein Feld vorrücken.
4. Wer zuerst das Zielfeld erreicht hat, hat gewonnen.

b) Beantwortet nach dem Spiel folgende Frage:
Gibt es eine gute Strategie, um das Spiel zu gewinnen?

c) Notiert nun für das Spiel den Ergebnisraum. Stellt dabei jeden Wurf folgendermaßen dar:

Also: $\Omega = \{(1;1), (1;2) \ldots\}$

Notiert auch die nachfolgenden Ereignisse und berechnet die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten:

E_1: Der Spieler auf dem weißen Startfeld gewinnt.

E_2: Der Spieler auf dem grauen Startfeld gewinnt.

E_3: Der Spieler auf dem gepunkteten Startfeld gewinnt.

Station 4

Spiel mit zwei Würfeln (2)

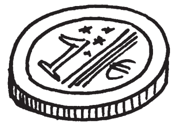
Name: ______

Station 5

Name: ______________________

Mehrstufige Zufallsexperimente

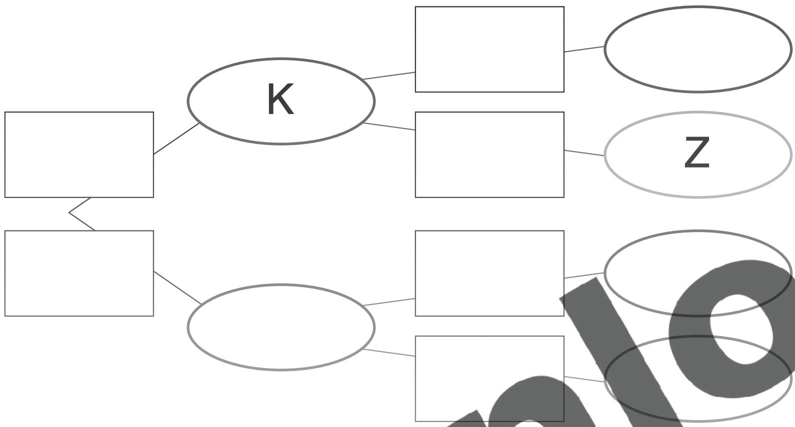
Aufgabe (R)



Eine Münze wird zweimal hintereinander geworfen.

a) Vervollständige das Baumdiagramm und gib den Ergebnisraum Ω an.

1. Wurf 2. Wurf Ergebnis, Wahrscheinlichkeit



____

KZ, P (KZ) = ______________________

____

____

Ω = ______________________

b) Gib die folgenden Ereignisse als Menge von Ergebnissen an und berechne jeweils ihre Wahrscheinlichkeiten.

E_1: Beide Würfe zeigen das gleiche Bild. E_1 = ______________________, $P(E_1)$ = ______________

E_2: Der erste Wurf zeigt Kopf. E_2 = ______________________, $P(E_2)$ = ______________

E_3: Mindestens ein Wurf zeigt Kopf. E_3 = ______________________, $P(E_3)$ = ______________

c) Ergänze die Pfadregeln, mit deren Hilfe man die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment bestimmt.

Pfadregel

Station 6

Baumdiagramme

Name: ______________________

Aufgabe 1 (Z)

Löse durch Zeichnen eines Baumdiagrammes. Manchmal genügt es, das Baumdiagramm nur anzufangen, um zu wissen, was berechnet werden muss.

a) Wie viele verschiedene Buchstabenfolgen mit jeweils vier vorkommenden Buchstaben kann man mit den Buchstaben M, A, D, M bilden?

____

b) Wie viele verschiedene Buchstabenfolgen kann man mit den Buchstaben M, A, D, R bilden? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer zufälligen Anordnung der Buchstaben eine Folge zu erhalten, bei der das M am Ende steht?

____

c) Ole hat Kathas Telefonnummer vergessen. Er weiß nur noch, dass sie vierstellig ist und die erste Ziffer durch 3 teilbar ist. Wie viele Nummern müsste er maximal ausprobieren, um Katha zu erreichen?

____

d) Bei einem Hockey-Turnier am Sporttag treten 6 Schulklassen an. In der Vorrunde sollte eigentlich jede Klasse gegen jede spielen. Wie viele Spiele müssten stattfinden? Was rätst du den Organisatoren?

____

Aufgabe 2 (R)

Bei dem Spiel „Mensch ärgere dich nicht" darf man seine Spielfigur erst dann ins Feld setzen, wenn man eine 6 würfelt. Man hat dafür bis zu drei Versuche. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man eine Spielfigur ins Spiel setzt? Gib diese auch in Prozent an. Löse mithilfe eines geeigneten Baumdiagramms.

Mach du nur. Dann sind doch noch

Name:

Ziehen mit und ohne Zurücklegen

Aufgabe (Z)

Aus einer Urne werden zwei weiße Kugeln gezogen. Zeichne jeweils ein Baumdiagramm für das Zufallsexperiment, wenn die Kugeln wieder zurückgelegt werden bzw. wenn sie nicht zurückgelegt werden.

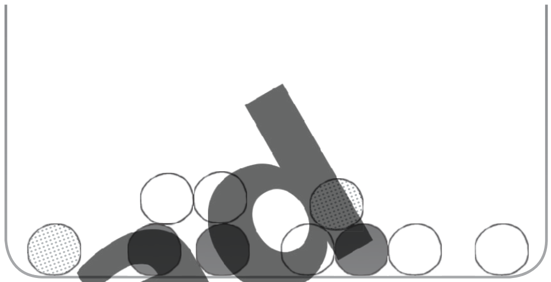
Vergleiche dann die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse beim Ziehen mit bzw. ohne Zurücklegen:

a) Beide Kugeln sind gepunktet.

b) Genau eine Kugel ist weiß.

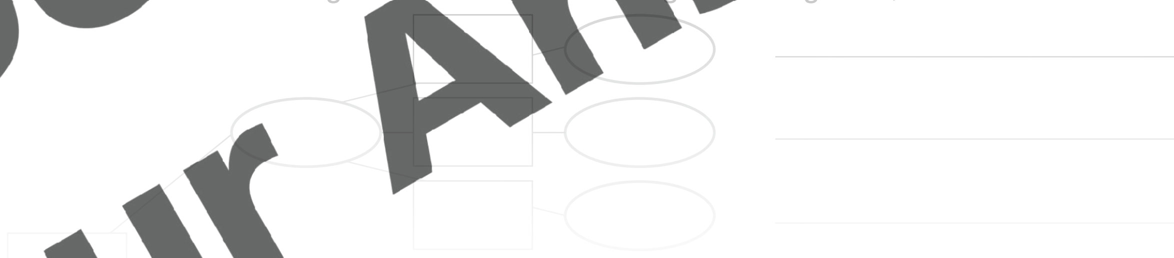
c) Mindestens eine Kugel ist schwarz.

d) Höchstens eine Kugel ist gepunktet.



1) Bei einer Teilaufgabe ist man schneller, wenn man das Gegenereignis betrachtet.
2) Beim Ziehen ohne Zurücklegen lässt es sich leichter rechnen, wenn du die Wahrscheinlichkeiten an den Ästen als Brüche notierst.

Ziehen mit Zurücklegen:



Station 8

Übungen zu mehrstufigen Zufallsexperimenten

Name: ____________________

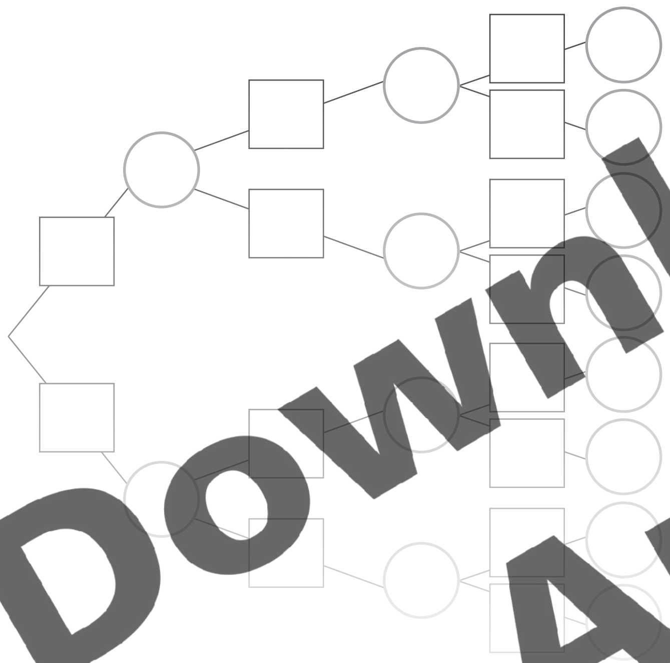
Aufgabe 1 (R)

Eine Reißzwecke wird dreimal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie auf dem Kopf liegen bleibt, beträgt $\frac{3}{5}$.

Berechne mithilfe eines Baumdiagramms die unten angegebenen Ereignisse. Markiere auch alle zu den Ereignissen gehörenden Pfade.

Symbole: K – Die Reißzwecke liegt auf dem Kopf. S – Die Reißzwecke liegt auf der Seite.

1. Wurf 2. Wurf 3. Wurf Ergebnis, Wahrscheinlichkeit



a) Die Reißzwecke landet bei allen drei Würfen auf dem Kopf.
b) Die Reißzwecke landet nie auf dem Kopf.
c) Die Reißzwecke landet nur beim zweiten Wurf auf dem Kopf.
d) Die Reißzwecke landet genau einmal auf dem Kopf.
e) Die Reißzwecke landet bei genau zwei der drei Würfe auf dem Kopf.

Station 9

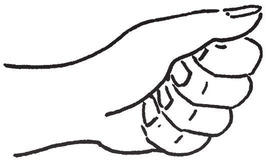
Name:

Schere, Stein, Papier (1)

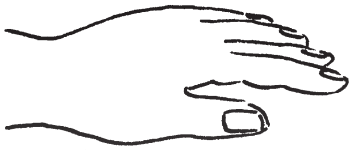
Bei dem Spiel „Schnick, Schnack, Schnuck“ benutzt man drei verschiedene Handzeichen:

Schere

Stein



Papier



Regeln:

Zwei Spieler zählen gemeinsam von 1 bis 3.

Bei 3 zeigt jeder eines der Zeichen „Stein“, „Schere“ oder „Papier“ mit der Hand.
Dabei gelten folgende Gewinnregeln:

- Stein gewinnt gegen Schere („Stein schleift Schere“),
- Schere gewinnt gegen Papier („Schere schneidet Papier“) und
- Papier gewinnt gegen Stein („Papier wickelt Stein ein“).
- Zeigen beide das gleiche Handzeichen, ist die Runde unentschieden.

Aufgabe 1 (R)

Spiele 20 Runden mit einem Partner und trage dabei nach jeder Runde in die Tabelle ein, was jeder von euch gewählt hat und wer gewonnen hat.

Runde	Spieler 1	Spieler 2	gewonnen
1			
2			
3			

Runde	Spieler 1	Spieler 2	gewonnen
11			
12			
13			

Station 9

Name: ____________

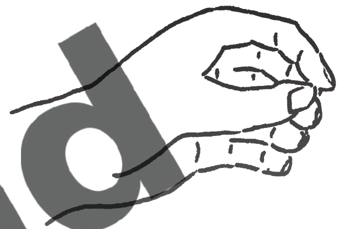
Schere, Stein, Papier (2)

Aufgabe 2 (R)

Bestimme anhand der Spielrunden die relativen Häufigkeiten für „Schere gewinnt“, „unentschieden“ und „Stein gewinnt“.

Aufgabe 3 (Z)

Manchmal kommt als weiteres Handzeichen noch der „Brunnen“ dazu:



Regel:

Brunnen gewinnt gegen Stein und Schere („Stein und Schere fallen in den Brunnen hinein“), verliert aber gegen Papier („Papier deckt den Brunnen zu“).

Was hältst du von Georges Strategie? Untersuche die beiden Spielvarianten. Bestimme dazu jeweils den Ergebnisraum und die Ereignisse E_1: „Stein gewinnt“, E_2: „Schere gewinnt“, E_3: „Papier gewinnt“ und für die zweite Variante zusätzlich E_4: „Brunnen gewinnt“ sowie deren Wahrscheinlichkeiten.

$\Omega = \{(St, St), \ldots\}$

Tipp: Wenn du Schwierigkeiten dabei hast, dir alle Kombinationsmöglichkeiten zu überlegen, kannst du

Name: ____________

Lernkontrolle Wahrscheinlichkeitsrechnung (1)

Aufgabe 1 (R)

Nenne ein Beispiel für ein Laplace-Experiment und ein Beispiel für einen Zufallsversuch, der kein Laplace-Experiment ist. Begründe deine Auswahl. Notiere dann auch den Ergebnisraum eines der beiden Experimente sowie ein beliebiges dazugehörendes Ereignis in Worten und als Menge.

Aufgabe 2 (R)

Ein sechsseitiger Würfel wird 100-mal geworfen. Es kommen nur Zahlen von 1 bis 6 als Augenzahlen vor. Welche Zahlen kommen wohl wie oft vor?

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Absolute Häufigkeit	0	0	52	14	0	34

Aufgabe 3 (R)

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem Skat-Spiel (32 Karten)

a) eine Herzkarte zu ziehen,

b) eine Zahl zu ziehen,

c) einen roten König oder eine rote Dame zu ziehen,

d) kein Ass zu ziehen?

Aufgabe 4 (R)

Eine Umfrage unter 200 Schülern zum Thema „Filme, die man gesehen haben sollte“ ergab folgende Ergebnisse:

Film	Star Wars Episode [illegible]	Harry Potter und der Halbblutprinz	Herr der Ringe – Die Rückkehr des Königs	Der Hobbit	Die Tribute von Panem – The Hunger

Name: ____________

Lernkontrolle
Wahrscheinlichkeitsrechnung (2)

Aufgabe 6 (R)

Aus einer Urne mit 10 durchnummerierten Kugeln wird dreimal gezogen.

Verbinde jeweils Ereignis und zugehöriges Gegenereignis.

Ereignis	Gegenereignis
Alle drei Kugeln sind gerade.	Höchstens eine Kugel ist gerade.
Keine Kugel ist gerade.	Mindestens eine Kugel ist ungerade.
Mindestens zwei Kugeln sind gerade.	Alle drei Kugeln sind ungerade.
Höchstens zwei Kugeln sind ungerade.	Mindestens eine Kugel ist gerade.
Höchstens eine Kugel ist gerade.	Mindestens zwei Kugeln sind gerade.

Aufgabe 7 (R)

Löse mit oder ohne Baumdiagramm.

a) Wie viele verschiedene 5-stellige Telefonnummern gibt es, bei denen die zweite und die vierte Ziffer gerade sind?

b) Vier Freunde feiern zusammen Silvester. Wie oft klingen die Gläser, wenn jeder mit jedem einmal anstoßen will?

c) Es wird viermal gewürfelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass nie die Augenzahl 3 gewürfelt wird?

Aufgabe 8 (Z)

Was ist wahrscheinlicher? Mit einem Würfel eine Primzahl zu werfen oder mit zwei Würfeln die Gesamt-Augensumme 7 oder 8?

Station 1: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Seite 3

1) 1. Zufallsexperiment
2. Ergebnisraum: Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6} (Bsp. 1), Ω = {3-Punkte-Wurf, 2-Punkte-Wurf, 1-Punkte-Wurf, kein Treffer}
(Bsp. 2)
3. Ereignis: individuell, z. B. für Bsp. 1: E_1: „gerade Zahl", E_1 = {2, 4, 6}, E_2: „durch 3 teilbar", E_2 = {3, 6}
z. B. für Bsp. 2: E_1: „Treffer", E_1 = {3-Punkte-Wurf, 2-Punkte-Wurf, 1-Punkte-Wurf }, E_2: „3-Punkte-Wurf", E_2 = {3-Punkte-Wurf}
4. Wahrscheinlichkeit: individuell, für angegebene Bsp. zu Würfel $P(E1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $P(E2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
5. Laplace-Experiment

2) Laplace-Experimente sind a, d, g, i.

3) Alle haben unrecht. Wenn die Niederschlagswahrscheinlichkeit für einen Ort mit 80 Prozent angegeben wird, hat ein Meteorologe Wetterdaten über einen längeren Zeitraum mit ähnlichen Wetterbedingungen analysiert und festgestellt, dass es an 80 Prozent dieser Tage geregnet hat und an den anderen 20 Prozent nicht. Es ist also sehr wahrscheinlich, dass es regnet.

Station 2: Das Gesetz der großen Zahlen

Seite 5

1) Die Wahrscheinlichkeit ist ein Wert, auf den sich die relative Häufigkeit bei vielen Versuchen einpendelt. Also sollte bei einem Würfel bei 600 Würfen etwa 100-mal eine 6 auftreten. Bei nur sechs Würfen ist es jedoch durchaus möglich, keine 6 zu werfen – auch mit einem ungezinkten Würfel.

2) Bei 100 Würfen gibt die relative Häufigkeit schon annähernd die Wahrscheinlichkeit wieder. Da 2 und 5 nie gewürfelt wurden, kann man aufgrund der hohen Versuchszahl daraus schließen, dass diese Zahlen nicht auf dem Würfel vorkommen. Die Augenzahlen 1 und 4 kommen etwa doppelt so oft vor wie 3 und 6. Daher ist der Würfel zweimal mit 1 und 4 und einmal mit 3 und 6 beschriftet.

3) Es wurden zwei verschiedene Versuchsreihen mit je 200 Münzwürfen (ab 10 Würfen) dargestellt, bei denen jeweils die relativen Häufigkeiten für „Zahl" eingetragen und verbunden wurden. Man kann sehen, dass die relativen Häufigkeiten am Anfang noch stark variieren. Je mehr Versuche durchgeführt werden, desto mehr stabilisieren sich die relativen Häufigkeiten bei 0,5 (Wahrscheinlichkeit für die Seite „Zahl" bei einem Münzwurf).

Station 3: Absolute und relative Häufigkeiten

Seite 6/7

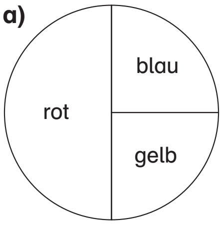
1) relative Häufigkeit der Treffer: Karl $\frac{30}{75} = \frac{2}{5} = 40\,\%$, Maja $\frac{21}{60} = \frac{7}{20} = 35\,\%$, Jannik $\frac{24}{72} = \frac{1}{3} = 33{,}3\,\%$
→ Karl hat die beste Trefferwahrscheinlichkeit und sollte daher eingesetzt werden.

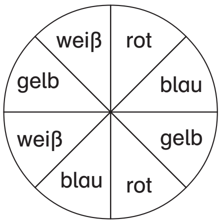
2) a)

	PC	Sport	Lesen	WhatsApp	Freunde/Unternehmungen
Anzahl	[illegible]	7	3	3	3

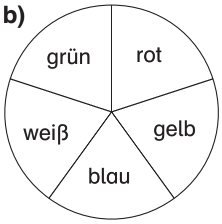
4) Lösung individuell, z. B.

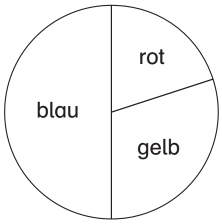
a)





b)





5) 2 gelbe, 7 rote, 15 blaue und 6 grüne

6) a) E = {2, 4, 6}, $\overline{E}$ = {1, 3, 5}, $\overline{E}$: Die Augenzahl ist ungerade.
b) E = {5, 6}, $\overline{E}$ = {1, 2, 3, 4}, $\overline{E}$: Die Augenzahl ist kleiner als 5 / höchstens 4.
c) E = {sss}, $\overline{E}$ = {ssw, sws, sww, wss, wsw, wws, www}, $\overline{E}$: Mindestens eine Kugeln ist weiß.
d) E = {www, wws, wsw, sww}, $\overline{E}$ = {sss, ssw, sws, wss}, $\overline{E}$: Höchstens ein Kugel ist weiß / Mindestens zwei Kugeln sind schwarz.

Station 4: Spiel mit zwei Würfeln

c) Ω = {(1; 1), (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6), (2;1), (2;2), (2;3), (2;4), (2;5), (2;6), (3;1), (3;2), (3;3), (3;4), (3;5), (3;6), (4;1), (4;2), (4;3), (4;4), (4;5), (4;6), (5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6), (6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5), (6;6)}, $|\Omega| = 36$

E_1 = {(1;1), (1;2), (2;1), (1;3), (2;2), (3;1)}, $P(E_1) = |\Omega|/|E_1| = \frac{1}{6}$

E_2 = {(1;4), (2;3), (3;2), (4;1), (1;5), (2;4), (3;3), (4;2), (5;1)}, $P(E_2) = |\Omega|/|E_2| = \frac{1}{4}$

E_3 = {(1;6), (2;5), (3;4), (4;3), (5;2), (6;1), (2;6), (3;5), (4;4), (5;3), (6;2), (3;6), (4;5), (5;4), (6;3)}, $P(E_3) = |\Omega|/|E_3| = \frac{15}{36}$

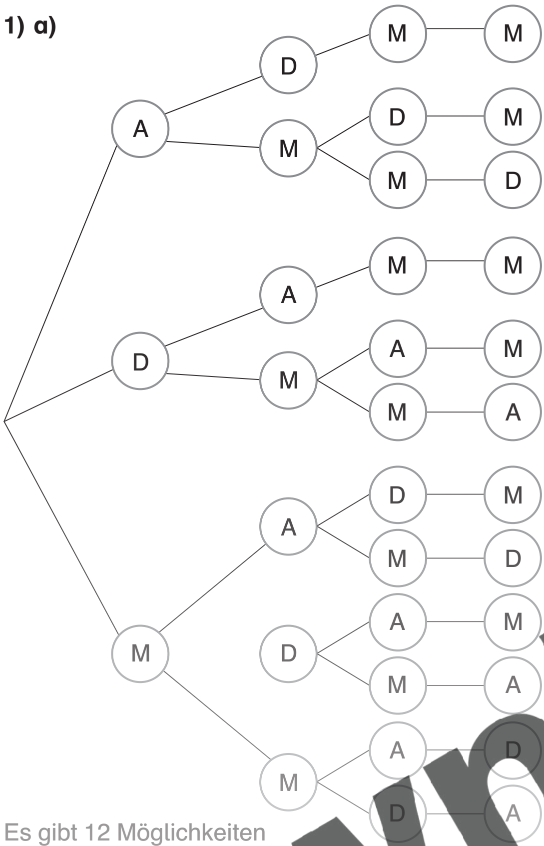
E_4 = {(4;6), (5;5), (6;4) (5;6), (6;5), (6;6)}, $P(E_4) = |\Omega|/|E_4| = \frac{1}{6}$

Die besten Gewinnchancen hat man auf dem gepunkteten Startfeld.

Station 5: Mehrstufige Zufallsexperimente

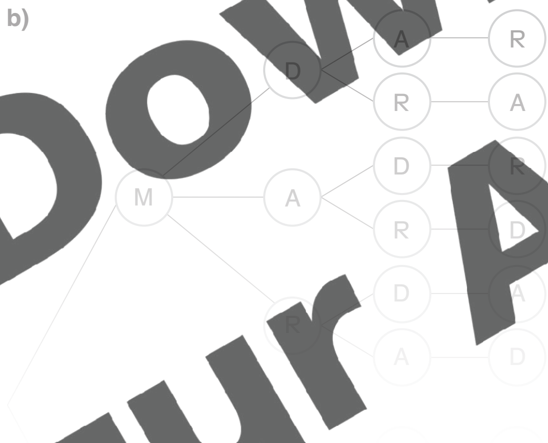
1) a) 1. Wurf 2. Wurf Ergebnis

1) a)

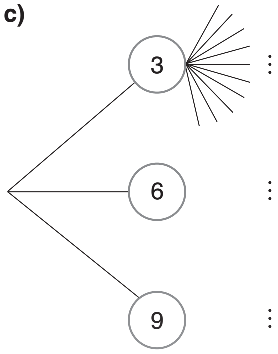


Es gibt 12 Möglichkeiten

b)



c)

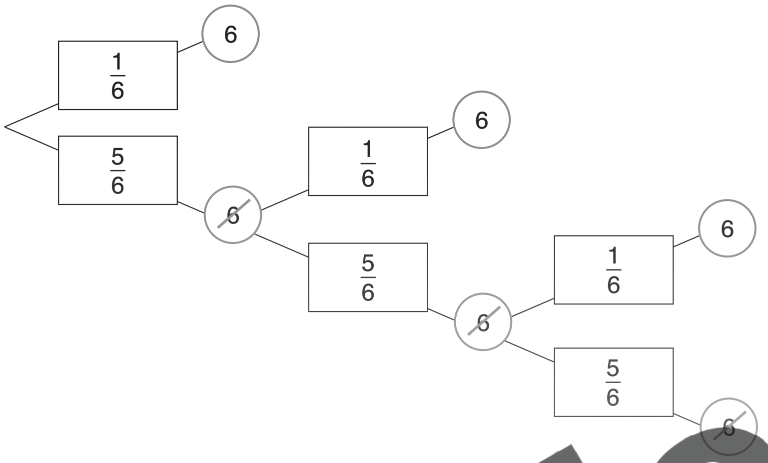


Es gibt $3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 3000$ verschiedene Telefonnummern.

d)

2) Symbole: 6 6 wird gewürfelt, ~~6~~ keine 6 wird gewürfelt

1. Wurf | 2. Wurf | 3. Wurf | Ergebnis, Wahrscheinlichkeit



6 im ersten Wurf, $\frac{1}{6}$

6 im zweiten Wurf, $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

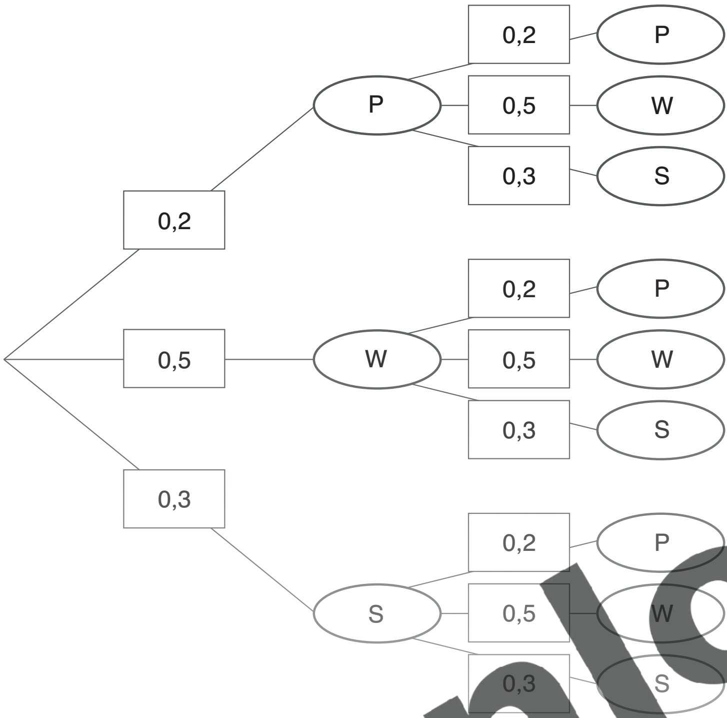
6 im dritten Wurf, $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$

Keine 6

P(Spielfigur darf ins Spielfeld gesetzt werden) $= \frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216} = \frac{91}{216} \approx 42{,}1\,\%$

2)

Ziehen mit Zurücklegen: 1. Zug 2. Zug Ergebnis, Wahrscheinlichkeit



PP, $0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$ a), Gegenereignis d

PW, $0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}1$ b)

PS, $0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$ c)

WP, $0{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}1$ b)

WW, $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$

WS, $0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}15$ b), c)

SP, $0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$ c)

SW, $0{,}3 \cdot 0{,}5 = 0{,}15$ b), c)

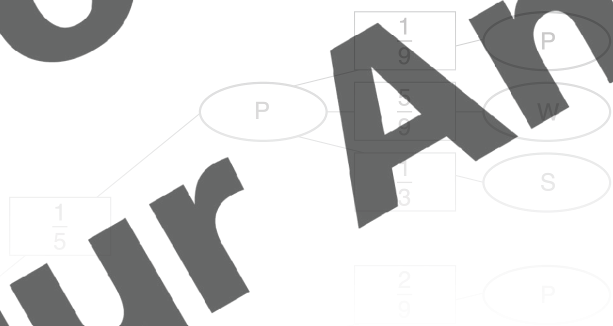
SS, $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$ c)

a) $0{,}04 = \frac{1}{25} = 4\,\%$ **b)** $0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}15 = 0{,}5 = \frac{1}{2} = 50\,\%$

c) $0{,}06 + 0{,}15 + 0{,}06 + 0{,}15 + 0{,}09 = 0{,}36 = \frac{9}{25} = 36\,\%$

d) schneller: 1 – P(beide Kugeln sind gepunktet) = $1 - 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}96 = \frac{24}{25} = 96\,\%$

Ziehen ohne Zurücklegen: 1. Zug 2. Zug Ergebnis, Wahrscheinlichkeit



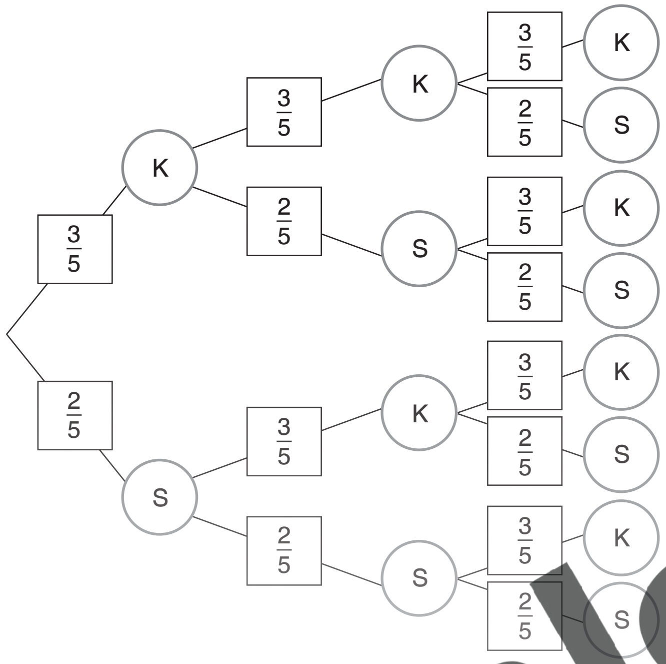
PP, $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$ a), Gegenereignis d)

PW, $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{9}$ b)

PS, $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ c)

WP, $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$ b)

1) 1. Wurf, 2. Wurf, 3. Wurf



Ergebnis, Wahrscheinlichkeit

KKK, $\frac{27}{125}$ a, f

KKS, $\frac{18}{125}$ e, f

KSK, $\frac{18}{125}$ e, f

KSS, $\frac{12}{125}$ d

SKK, $\frac{18}{125}$ e, f

SKS, $\frac{12}{125}$ c, d

SSK, $\frac{12}{125}$ d

SSS, $\frac{8}{125}$ b

a) $\frac{27}{125} \approx 21{,}6\,\%$ **b)** $\frac{8}{125} \approx 6{,}4\,\%$ **c)** $\frac{12}{125} \approx 9{,}6\,\%$

d) $3 \cdot \frac{12}{125} = \frac{36}{125} \approx 28{,}8\,\%$ **e)** $3 \cdot \frac{18}{125} = \frac{54}{125} \approx 43{,}2\,\%$

f) Die Wahrscheinlichkeit ergibt sich durch Addition der Wahrscheinlichkeiten aus a) und e):
$\frac{27}{125} + \frac{54}{125} = \frac{81}{125} \approx 64{,}8\,\%$

2) P(„1“) = $\frac{1}{6}$, P(Pasch) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
$E_{Pasch} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$
Es ist egal, welche Variante man wählt. Beides ist gleichwahrscheinlich.

3) a) $\frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}$ **b)** $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ **c)** $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

d) 6 · [illegible]

Station 9: Schere, Stein, Papier — Seite 14

1) individuelle Lösungen

2) individuelle Lösungen

3) Spiel ohne Brunnen:

W = {(Sch,Sch), (Sch,St), (Sch,P), (St,Sch), (St,St), (St,P), (P,Sch), (P,St), (P,P)}

E_1 = {(St,Sch), (Sch,St)}, $P(E_1) = |E_1|/|\Omega| = \frac{2}{9}$; E_2 = {(Sch,P), (P,Sch)}, $P(E_2) = \frac{2}{9}$;
E_3 = {(P,St), (St,P)}, $P(E_3) = \frac{2}{9}$

Spiel mit Brunnen:

W = {(Sch,Sch), (Sch,St), (Sch,P), (Sch,B), (St,Sch), (St,St), (St,P), (St,B), (P,Sch), (P,St), (P,P), (P,B), (B,Sch), (B,St), (B,P), (B,B)}

E_1 = {(St,Sch), (Sch,St)}, $P(E_1) = |E_1|/|\Omega| = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$; E_2 = {(Sch,P), (P,Sch)}, $P(E_2) = \frac{1}{8}$
E_3 = {(P,St), (St,P), (P,B), (B,P)}, $P(E_3) = \frac{1}{4}$; E_4 = {(B,Sch), (Sch,B), (B,St), (St,B)}, $P(E_4) = \frac{1}{4}$

George hat recht bei der Variante mit Brunnen. Er könnte allerdings ebenso Papier wählen. Bei der Spielvariante ohne Brunnen hat er durch die Wahl von Stein keinen Vorteil. Hier ist es mit jedem Symbol gleichwahrscheinlich zu gewinnen.
Die Variante ohne Brunnen ist fair, mit Brunnen nicht.

Lernkontrolle Wahrscheinlichkeitsrechnung — Seite 16

1) individuell, z. B. Laplace-Experiment: Münzwurf (faire Münze), da es gleich wahrscheinlich ist, Kopf oder Zahl zu werfen, W = {K, Z}, E: Die Münze zeigt Kopf, E = {K}; Gegenbeispiel: Ziehen aus einer Urne mit zwei Gewinnlosen und 20 Nieten, da es wahrscheinlicher ist, eine Niete als ein Gewinnlos zu ziehen.

2) Da keine 1, 2 und 5 auftreten, kann man bei der großen Zahl an Würfen schlussfolgern, dass diese nicht auf dem Würfel vorkommen. Die absolute Häufigkeit für eine 3 ist etwa dreimal und für eine 6 etwa doppelt so groß wie für eine 4. Daher werden drei Seiten mit der Ziffer „3“, zwei Seiten mit „6“ und eine Seite des Würfels mit „4“ beschriftet sein.

3) **a)** $\frac{1}{4} = 25\,\%$

b) $\frac{1}{2} = 50\,\%$

c) $\frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$

d) $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 87{,}5\,\%$

4)

Film	Star Wars	Harry Potter	Herr der Ringe –	Der Hobbit	Die Tribute von

6)

Alle drei Kugeln sind gerade.	Mindestens eine Kugel ist ungerade.
Keine Kugel ist gerade.	Mindestens eine Kugel ist gerade.
Mindestens zwei Kugeln sind gerade.	Höchstens eine Kugel ist gerade.
Höchstens zwei Kugeln sind ungerade.	Alle drei Kugeln sind ungerade.
Höchstens eine Kugel ist gerade.	Mindestens zwei Kugeln sind gerade.

7) a) $9 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10 = 22\,500$

b) Kombinationsmöglichkeiten für Freunde 1, 2, 3, 4: 12, 13, 14, 23, 24, 34. Also klingen die Gläser sechsmal.

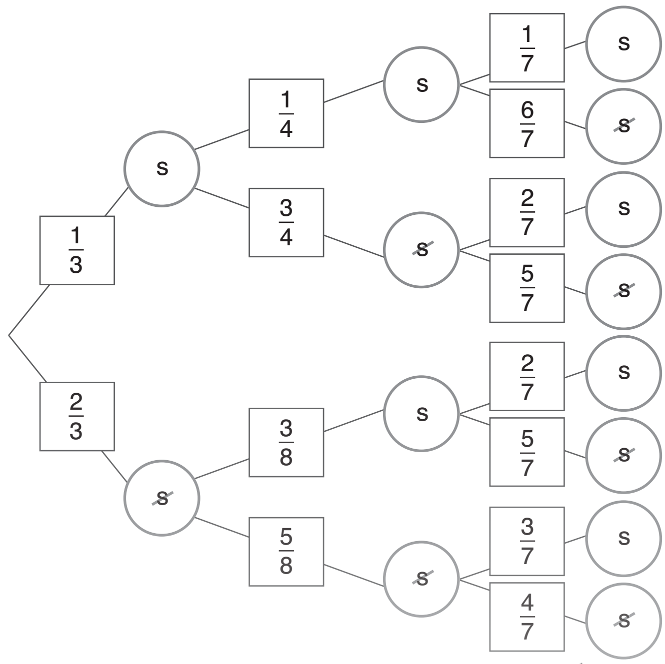
c) E: Es wird nie Augenzahl 3 gewürfelt,
$|E| = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$, $|\Omega| = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1\,296$, $P(E) = |E|/|\Omega| = \frac{625}{1\,296} \approx 48{,}2\,\%$.

8) Man würfelt einmal. E_1: Die Augenzahl ist einer Primzahl, $E_1 = \{2, 3, 5\}$, $P(E_1) = \frac{1}{2}$

Man würfelt zweimal. E_2: Die Augensumme ergibt 7 oder 8. $E_2 = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1), (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$, $P(E_2) = \frac{11}{36}$

Wegen $\frac{1}{2} = \frac{18}{36} > \frac{11}{36}$ ist es wahrscheinlicher, mit zwei Würfeln die Augensumme 7 oder 8 zu erhalten.

1. Zug | 2. Zug | 3. Zug | Ergebnis, Wahrscheinlichkeit



$P(sss) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{84} = 1{,}2\,\%$

$P(ss\cancel{s}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{14} = 7{,}1\,\%$

$P(s\cancel{s}s) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{14} = 7{,}1\,\%$

$P(s\cancel{s}\cancel{s}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{28} = 17{,}9\,\%$

$P(\cancel{s}ss) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{28} = 3{,}6\,\%$

$P(\cancel{s}s\cancel{s}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{28} = 17{,}9\,\%$

$P(\cancel{s}\cancel{s}s) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{28} = 17{,}9\,\%$

$P(\cancel{s}\cancel{s}\cancel{s}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{21} = 23{,}8\,\%$

Station 1: Der dritten binomischen Formel auf der Spur

Seite 24

1) $39 \cdot 41 = 1599$ $63 \cdot 57 = 3591$ $25 \cdot 35 = 875$

$(40 - 1) \cdot (40 + 1) = 40 \cdot 40 - 1 \cdot 40 + 1 \cdot 40 - 1 \cdot 1 = 40^2 - 40 + 40 - 1^2 = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1$

2) Beispiel: $47 \cdot 53$ oder 11 ·

3) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$

4)