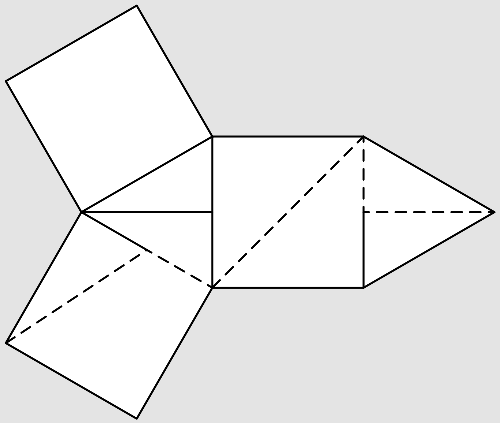
Streckenzug im Dreiecksprisma

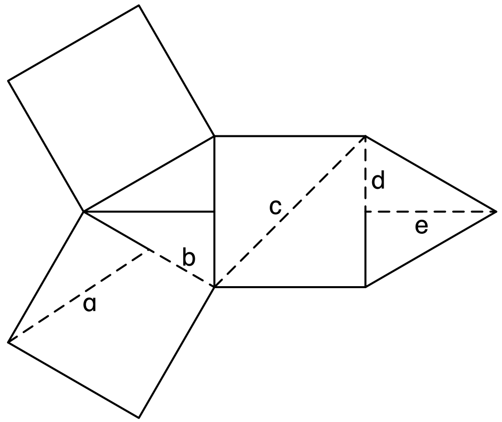
Alle Kanten des Prismas sind 8 cm lang.

Berechne die Länge des gestrichelt eingezeichneten Streckenzuges.



1 Streckenzug im Dreiecksprisma

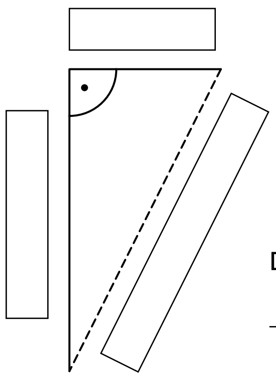
Unterteile den Streckenzug zunächst in die Einzelstrecken a, b, c, d, e.



2 Streckenzug im Dreiecksprisma

Wie lang ist die Seite a? Erinnere dich an den Satz des Pythagoras.

Beschrifte das rechtwinklige Dreieck. Wo befinden sich die **Katheten**, wo die **Hypotenuse**?

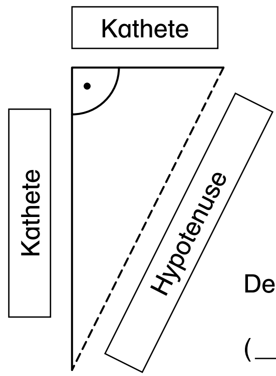


Die Hypotenuse liegt immer

____________________ vom rechten Winkel.

3 Streckenzug im Dreiecksprisma

Die Hypotenuse liegt immer **gegenüber** vom rechten Winkel.

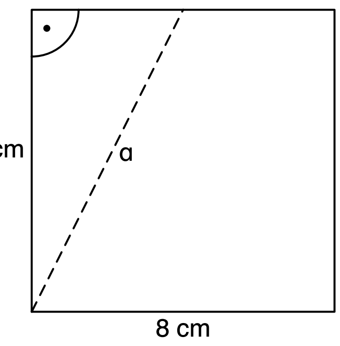


Der Satz des Pythagoras lautet:

$(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)^2 = (\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)^2$

Streckenzug im Dreiecksprisma

Der Satz des Pythagoras für das erste Dreieck lautet:



$$a^2 = (8\text{ cm})^2 + \left(\frac{8\text{ cm}}{2}\right)^2 = \ldots$$

Streckenzug im Dreiecksprisma

(1) $a^2 = (8\text{ cm})^2 + \left(\frac{8\text{ cm}}{2}\right)^2 = 80\text{ cm}^2$ $\quad a = \sqrt{80\text{ cm}^2} \approx 8{,}94\text{ cm}$

(2) $b = 4\text{ cm}$

(3) $c^2 = (8\text{ cm})^2 + (8\text{ cm})^2 = 128\text{ cm}^2$ $\quad c = \sqrt{128\text{ cm}^2} \approx 11{,}31\text{ cm}$

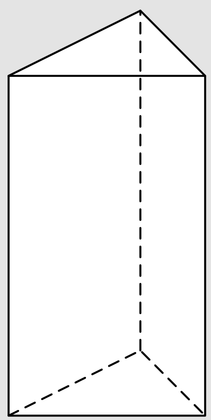
(4) $d = 4\text{ cm}$

(5) $e^2 = (8\text{ cm})^2 - \left(\frac{8\text{ cm}}{2}\right)^2 = 48\text{ cm}^2$ $\quad e = \sqrt{48\text{ cm}^2} \approx 6{,}93\text{ cm}$

Gesamtlänge des Streckenzuges:
$l = a + b + c + d + e = 8{,}94\text{ cm} + 4\text{ cm} + 11{,}31\text{ cm} + 4\text{ cm} + 6{,}93\text{ cm} = 35{,}18\text{ cm}$

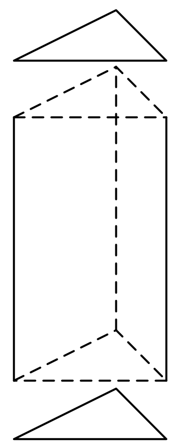
Oberfläche eines Dreiecksprismas

Stelle die allgemeine Formel für die Oberfläche eines Dreiecksprismas auf.

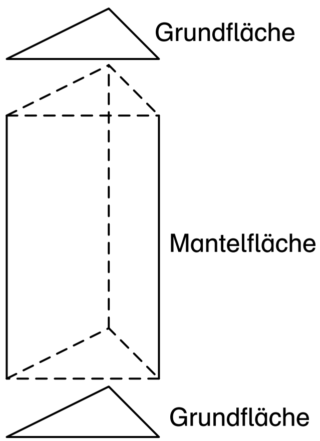


Oberfläche eines Dreiecksprismas

Überlege: Welche Flächen bilden die Oberfläche eines Dreiecksprismas?
Ordne die Begriffe „Mantelfläche“ und „Grundfläche“ zu.



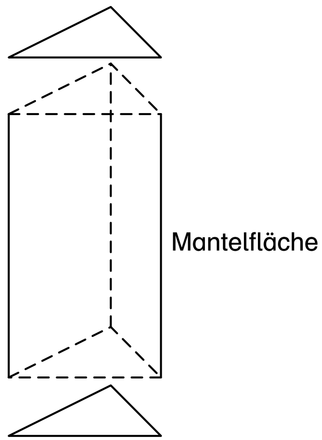
2 Oberfläche eines Dreiecksprismas



Oberfläche = Mantelfläche + 2 · Grundfläche

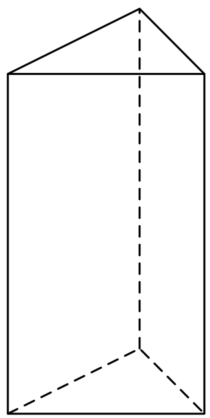
3 Oberfläche eines Dreiecksprismas

Aus welchen Flächen setzt sich die Mantelfläche zusammen?



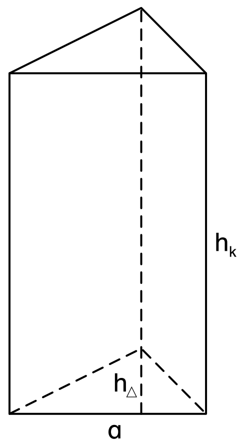
4 Oberfläche eines Dreiecksprismas

Die Mantelfläche setzt sich aus 3 flächengleichen Rechtecken zusammen.
Für die Oberfläche ergibt sich somit:



$$O = \underbrace{3 \cdot \text{Rechteck}}_{\text{Mantelfläche}} + \underbrace{2 \cdot \text{Dreieck}}_{\text{Grundfläche}}$$

Oberfläche eines Dreiecksprismas



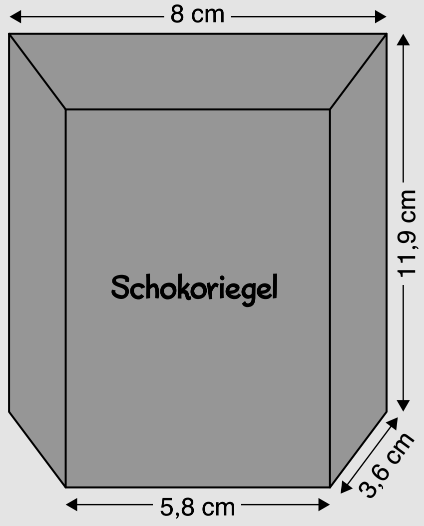
$$O = 3 \cdot A_{Rechteck} + 2 \cdot A_{Dreieck}$$

$$O = 3 \cdot (a \cdot h_k) + 2 \cdot (\tfrac{1}{2} \cdot a \cdot h_\triangle)$$

Oberfläche eines Trapezprismas

Die abgebildete Verpackung von Schokoriegeln hat die Form eines Trapezprismas.

Berechne, wie viel cm^2 Pappe zur Herstellung der abgebildeten Verpackung benötigt werden.



1 Oberfläche eines Trapezprismas

Um die Menge der benötigten Pappe zu berechnen, musst du die **Oberfläche** des Prismas berechnen.

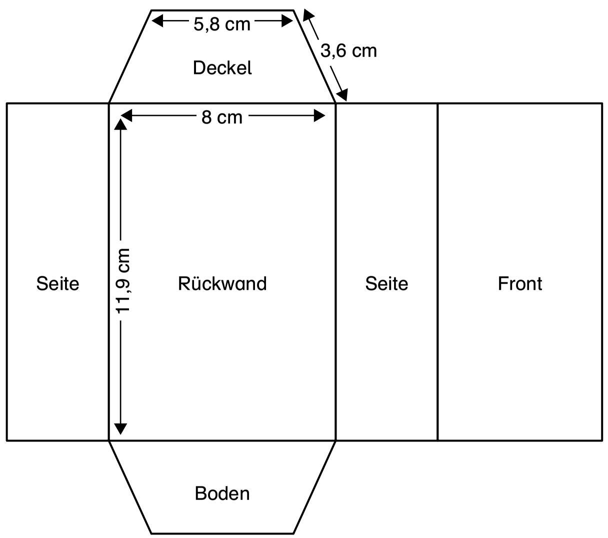
Aus welchen Teilflächen setzt sich die Oberfläche zusammen?

Zeichne ein Netz des Körpers, um die einzelnen Flächen besser erkennen zu können.

2 Oberfläche eines Trapezprismas

Hier siehst du das Netz des Körpers.

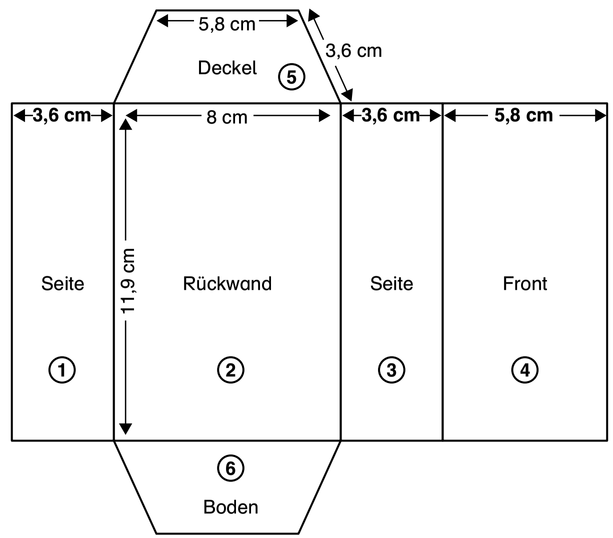
Um welche Arten von Flächen handelt es sich jeweils? Trage die restlichen bekannten Maße von der Aufgabenkarte ein.



3 Oberfläche eines Trapezprismas

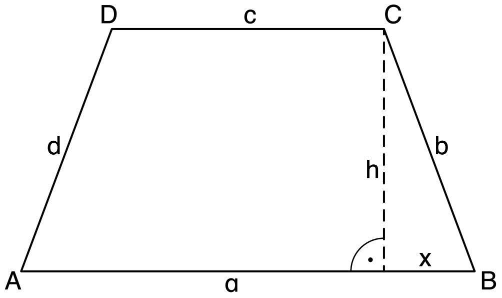
Die Oberfläche besteht aus 6 Teilflächen:

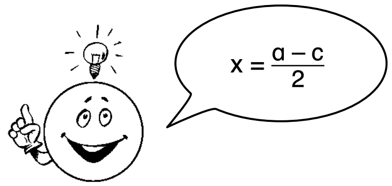
- 4 Rechtecke (Rechteck 1 und 3 sind flächengleich)
- 2 flächengleiche Trapeze



4 Oberfläche eines Trapezprismas

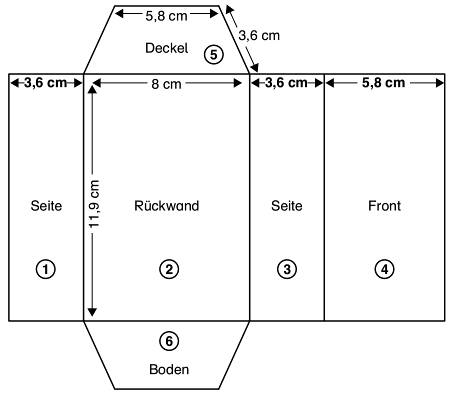
Erinnere dich:
Die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts beim Trapez lautet: $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$





Berechne zunächst die Höhe h mithilfe des Satzes von Pythagoras.

Oberfläche eines Trapezprismas



Flächeninhalt eines Trapezes:

$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$h^2 = b^2 - x^2 = b^2 - \left(\frac{a - c}{2}\right)^2$

$= (3,6\ cm)^2 - \left(\frac{8\ cm - 5,8\ cm}{2}\right)^2 = 11,75\ cm^2$

$h \approx 3,43\ cm$

Flächeninhalt Trapez:

$A = \frac{1}{2} \cdot (5,8\ cm + 8\ cm) \cdot 3,43\ cm \approx 23,67\ cm^2$

Oberfläche des Trapezprismas:

$O = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$

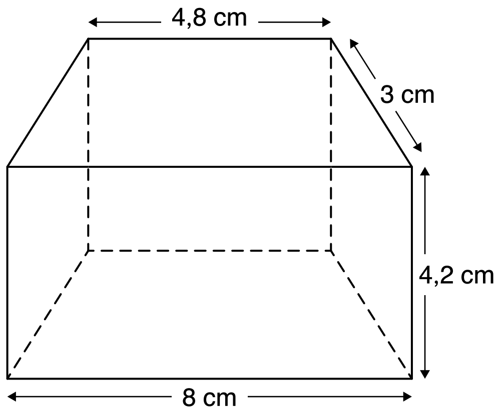
$O = 42,84\ cm^2 + 95,2\ cm^2 + 42,84\ cm^2 + 69,02\ cm^2 + 23,67\ cm^2 + 23,67\ cm^2$

$O = 297,24\ cm^2$

Zur Herstellung einer Verpackung werden 297,24 cm² Pappe benötigt.

Volumen eines Trapezprismas

Berechne das Volumen des Trapezprismas.



1 Volumen eines Trapezprismas

Erinnere dich an die allgemeine Volumenformel.