Muster und Strukturen im Mathematikunterricht der Grundschule

Einführung von Miriam M. Lüken

Muster und Strukturen sind ein grundlegendes Prinzip des Mathematikunterrichts, insbesondere der Grundschule (vgl. Wittmann & Müller 2007). Deshalb finden wir sie in allen Schuljahren und in allen Inhaltsbereichen. Wo genau Muster und Strukturen zu entdecken sind und warum sie für das Mathematiklernen so bedeutsam sind, wollen wir in dieser Aufgabensammlung aufzeigen.

1 Muster und Strukturen – Begrifflichkeiten

Lassen Sie uns zu Anfang überlegen, was wir unter einem „mathematischen Muster“ und unter „Struktur“ eigentlich verstehen. Die Begriffe scharf zu definieren ist schwer, da sie in Alltag und Mathematikunterricht häufig synonym gebraucht werden. Möglicherweise hilft hier die Beschreibung von Eigenschaften weiter. So verbinden wir mit einem mathematischen Muster Merkmale wie Ordnung, Regelmäßigkeit, Wiederholung sowie Vorhersagbarkeit (vgl. Rathgeb-Schnierer 2007). Struktur beschreibt eher den Aufbau, die Art und Weise, wie mathematische Objekte in Beziehung zueinander stehen.
Noch fassbarer werden die Begriffe, wenn wir sie in die Sprache von Grundschülern übersetzen: Beim Mustererkennen entdecken Kinder Gemeinsamkeiten, beschreiben eine Regel, finden Wiederholungen, treffen Vorhersagen oder erkennen eine Anordnung als bekanntes Muster (z. B. Würfelfünf) wieder. Beim Strukturieren ordnen Kinder Plättchen, teilen Muster in (gleiche/überschaubare) Teile, stellen Beziehungen zwischen diesen Teilen her, beschreiben den Aufbau von geometrischen Mustern oder schönen Päckchen oder bringen Ziffernfolgen oder Aufgabenfolgen in eine Reihenfolge.
Deutlich wird an dieser Auflistung auch, dass Muster und Strukturen eng verbunden mit dem „Tun“ sind. *Strukturieren* und *Muster erkennen* entsprechen damit den allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die „sich in der lebendigen Auseinandersetzung mit der Mathematik [aller Inhaltsbereiche] zeigen und auf die gleiche Weise, in der tätigen Auseinandersetzung, erworben“ werden (KMK 2005, S. 7).

2 Warum sind Muster und Strukturen so wichtig?

Muster und Strukturen entlasten das Gedächtnis
Das Betrachten einzelner Zahlen, geometrischer Bilder und das Rechnen mithilfe von Zählstrategien beanspruchen das Gedächtnis stark. Wenn Strukturen innerhalb von Anzahlen erfasst, Muster in

Lernen. Das Gute ist: Muster- und Strukturfähigkeiten lassen sich fördern und führen gleichzeitig zu einer Verbesserung der Rechenkompetenz (siehe dazu die Studie von Kampmann & Lüken, in Druck).

3 Welchen mathematischen Mustern und Strukturen begegnen Kinder in der Grundschule?

Betrachten wir die mathematischen Inhalte durch eine Musterbrille, entdecken wir überall Muster und Strukturen. Um sie einfacher ausmachen und zuordnen zu können, unterscheiden wir sie im Folgenden in die drei Bereiche Musterfolgen, Muster und Strukturen in Zahldarstellungen sowie Muster und Strukturen beim Rechnen.

3.1 Musterfolgen

Musterfolgen sind meist lineare Anordnungen aus Gegenständen, geometrischen Formen, farbigen Objekten oder Symbolen. Sie lassen sich unterscheiden in die *sich wiederholenden* und die *wachsenden* Musterfolgen.

Abbildung 1: *Sich wiederholende Musterfolge*

Bei der sich wiederholenden Musterfolge in Abb. 1 besteht die Struktur aus dem Grundmuster *Kreis–Dreieck*, das unverändert immer wiederholt wird und so die Musterfolge erzeugt. In diesem Sinne sind beispielsweise auch die Tage der Woche, die Jahreszeiten, ein Bandornament und viele Mosaike sich wiederholende Musterfolgen. Das Grundmuster ist die kleinste Einheit der Elemente einer Musterfolge, es besitzt eine bestimmte Länge. Die Musterfolge *ABABAB …* beispielsweise hat wie die Musterfolge in Abb. 1 ein Grundmuster der Länge 2 (*AB*), die Musterfolge *ABCABC …* hingegen besitzt ein Grundmuster der Länge 3 (*ABC*).
Musterfolgen mit der gleichen Struktur sind miteinander „verwandt". Die Musterfolge *Kreis, Dreieck, Kreis, Dreieck, …* ist z. B. verwandt mit *rot, blau, rot, blau, …*. Eine „Übersetzung" einer Musterfolge von einer Darstellungsform in eine andere verändert nicht ihre entscheidende strukturelle Beschaffenheit (vgl. Lüken 2011).
Neben dem Beschreiben, Fortsetzen, Reparieren und Erfinden von Musterfolgen ist das Übersetzen in andere Darstellungsformen (z. B. von Farben in Formen, von realen Gegenständen auf Papier oder das Darstellen von Mustern mithilfe von Bewegungen) eine bedeutsame Aktivität beim Vergleichen und Entdecken struktureller Verwandtschaft von Mustern. Damit Kinder mithilfe von Musteraktivitäten lernen zu verallgemeinern, Beziehungen zu erkennen, Vorhersagen zu treffen und Regeln zu abstrahieren, ist es ganz wichtig, dass die Kinder das Grundmuster der Musterfolge wahrnehmen. Lassen Sie das Grundmuster explizit benennen, einkreisen, von den Kindern erklären und vergleichen Sie [illegible] Musterfolgen in Bezug auf ihr Grundmuster. Eine Sprechweise wie „immer

Muster, deren Folgenglieder systematisch bei jeder Wiederholung wachsen, nennt man *wachsende* Musterfolgen. Das wachsende Muster in Abb. 2 ist eine geometrische Darstellung der Folge der natürlichen Zahlen. Zahlenfolgen wie 1, 3, 5, 7, … sind weitere typische Beispiele. Bei den wachsenden Musterfolgen liegt das Augenmerk weniger auf dem Grundmuster als Baustein, sondern auf der Beziehung aufeinanderfolgender Glieder und dem Vergleich ihrer Veränderung, um die Regel der Veränderung zu finden. Eine arithmetische Analyse der Folgenglieder ist hierfür unumgänglich. Der Musterfolge in Abb. 2 liegt als Regel „Immer 1 mehr“, bzw. „Immer +1“ zugrunde.
Ein früher Umgang mit Zahlenfolgen zielt langfristig auf ein Verständnis von Algebra und Funktionen. Übungen mit wachsenden Musterfolgen finden sich in den Aufgaben (11), 14 und 17.

3.2 Muster und Strukturen in Zahldarstellungen

Im Mathematikunterricht nutzen wir Muster auch, um Zahlen zu veranschaulichen. Zahlbilder wie Würfelbilder, Fingerbilder, Punktefelder etc. versuchen, die den Zahlen innewohnenden Strukturen abzubilden. Gleiches gilt für die dekadisch gegliederten Anschauungsmittel (Zwanzigerfeld, Hunderterfeld, Zahlenstrahl …), die besonders dekadische Strukturen veranschaulichen. Bei diesen Mustern sind die Objekte durch unterschiedliche Abstände, Farben oder andere äußere Merkmale gegliedert. Wir sagen, diese Muster besitzen eine geometrische Anordnung bzw. sind räumlich strukturiert. Vor allem sind sie so aufgebaut, dass sie quasi simultan erfassbar sind, also leicht in überschaubare Teile zerlegt werden können. Dazu muss jedoch die vorgegebene Ordnung erkannt werden. Dies fällt nicht allen Kindern leicht, weil die Struktur eines Musters eben nicht durch einfaches Hinschauen erfasst werden kann. Die Besonderheit mathematischer Beziehungen besteht ja gerade darin, dass sie abstrakt verstanden und in die Muster hineingedeutet werden müssen. Lassen Sie uns das am Beispiel des Zahlbildes der 7 verdeutlichen. Ich strukturiere mir die geometrische Anordnung in Abb. 3 als 6 + 1. Jemand anderes mag die 7 eher als 3 + 4 sehen. Ein Erstklässler sagte mir bei dieser Anordnung, er sähe 2 + 2 + 2 + 1.

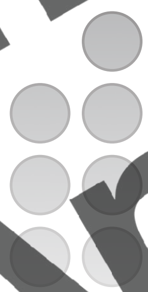


Abbildung 3: *mögliches Zahlbild der 7*

Zahlen zu verstehen heißt also auch, kompetent mit den Mustern und Strukturen umzugehen, die Zahldarstellungen (und auch Stellenwertdarstellungen) innewohnen. Diese räumlichen Strukturierungen wahrzunehmen ist notwendig, um mit mathematischen Anschauungsmitteln sinnvoll umgehen zu können. Veranschaulichungen von Zahlen sind nur dann eine Hilfe für Lernende,

3.3 Muster und Strukturen beim Rechnen

Beim Rechnen spielen Muster und Strukturen immer dann eine große Rolle, wenn man es sich möglichst einfach machen möchte und „geschickt" rechnet. Rechenstrategien basieren auf den Zahlen zugrunde liegenden Strukturen und den Beziehungen zwischen Aufgaben. Bei Aufgaben wie 6 + 7 muss ich nicht nur die Aufgabe 6 + 6 sehen, sondern beide Aufgaben auch in Beziehung zueinander setzen, um den Zusammenhang „1 mehr" herstellen zu können. Ein klassisches Beispiel für Muster und Strukturen beim Rechnen sind – so sagt es ja bereits der Name – strukturierte Aufgabenfolgen, auch „schöne" oder produktive Päckchen genannt. Beim Päckchen in Abb. 4 können erster und zweiter Summand getrennt voneinander im Sinne von wachsenden (bzw. schrumpfenden) Musterfolgen betrachtet und auch fortgesetzt werden. Werden die Summanden und das Ergebnis jedoch in Beziehung gebracht, können bereits Kinder Einsichten in mathematische Gesetzmäßigkeiten erlangen. In Abb. 4 ist das die Gleichheit des Ergebnisses beim gegensinnigen Verändern der Summanden: Wenn man den einen Summanden verringert, muss man den anderen Summanden um denselben Betrag erhöhen, damit die Summe gleich bleibt. Kinder können hier die Erfahrung machen, dass sie nicht alle Aufgaben einzeln rechnen müssen, wenn sie Muster erkennen und Strukturen nutzen.

6 + 0 = 6
5 + 1 = 6
4 + 2 = 6
3 + 3 = 6

Abbildung 4: *Produktives Aufgabenpäckchen*

Die Bildungsstandards nennen im Inhaltsbereich Muster und Strukturen als eine Kompetenz „Funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen" (KMK 2005, S. 11). Hierbei geht es um das bewusste Wahrnehmen und Beschreiben von Zusammenhängen. „Kinder kennen bei Schuleintritt bereits eine Fülle von Zusammenhängen, sie wissen, dass man mit zunehmendem Alter größer wird, viele Süßigkeiten mehr kosten als wenige, je länger man rennt, umso mehr kommt man außer Puste, je länger man schläft, um so ausgeruhter ist man (sagen zumindest die Eltern)." (Lorenz 2011, S. 14) In Aufgaben zum funktionalen Zusammenhang werden Beziehungen zwischen zwei Größen hergestellt. Das gleichzeitige Betrachten von Veränderungen in zwei Mengen ist für viele Kinder am Schulanfang jedoch noch schwierig. Die Anzahl der einen Menge und die der anderen Menge mag zwar von den Kindern erfasst werden, aber einen (funktionalen) Zusammenhang kann man nicht sehen. Die Abhängigkeit der zwei Mengen ist eine eigenständige Konstruktion, die durch hypothetisches Denken entsteht (vgl. ebd., S. 16). Übungen zum funktionalen Zusammenhang finden Sie in Aufgabe 3.

Bei kombinatorischen Aufgabenstellungen wie in den Kapiteln 1 und 2 können mögliche Lösungen zunächst durch Probieren gefunden werden. Anschließend müssen diese jedoch in Beziehung zueinander gebracht und nach einem bestimmten Muster geordnet werden, um einen Überblick über alle Lösungsmöglichkeiten erhalten zu können.

1 Wie viele verschiedene Grundmuster sind möglich?

Kompetenzen

allgemein

- ☑ Kommunizieren
- ☑ Problemlösen
- ☐ Modellieren
- ☑ Argumentieren
- ☑ Darstellen von Mathematik

inhaltsbezogen

- ☑ Zahlen und Operationen
- ☐ Raum und Form
- ☐ Größen und Messen
- ☑ Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Kompetenzerwartungen bezüglich Muster und Strukturen

- eine strukturierte Ordnung entwickeln
- verschiedene Ordnungsstrukturen nachvollziehen
- beim Begründen auf die Ordnungsstrukturen zurückgreifen

Material

- die Buchstabenkarten von Aufgabe 3
- das Mathe-Heft der Kinder

Vorbereitung

- Auf den Tischen stehen die Schälchen mit den Buchstabenkarten.

Beschreibung der Aufgabe

Die Kinder legen verschiedene Grundmuster der Grundmusterlänge 3 aus den Buchstaben A und B. Sie sollen durch strukturiertes Vorgehen herausfinden, wie viele verschiedene Grundmuster sich mit

Wenn alle möglichen Grundmuster für diese Aufgabe gemeinsam gefunden worden sind, suchen die Kinder in Partnerarbeit alle möglichen Grundmuster mit der Länge 3 für die Buchstaben A und B. Viele Kinder werden Lösungen finden, diese aber noch nicht in eine Beziehung zueinander setzen. Erst wenn sie anfangen, sie nach einem bestimmten Muster zu sortieren, können sie strukturiert vorgehen und später begründen, dass alle möglichen Grundmuster gefunden worden sind. Das Vergleichen der verschiedenen Strukturierungen – zuerst mit dem Nachbarn, der Tischgruppe, dann mit der Klasse – und das Sprechen über Strukturen und Ordnungen ist ein wesentliches Ziel.

Viele Kinder werden erst Lösungen finden und sie ungeordnet in ihr Heft notieren. Möglicherweise benötigen die Kinder einen Impuls:

- *„Sortiere deine Lösungen.“*
- *„Sortiere deine Lösungen nach dem Buchstaben an der ersten Stelle.“*
- *„Sortiere deine Lösungen nach dem A an der ersten Stelle.“*
- *„Sortiere deine Lösungen nach dem A an der ersten und zweiten Stelle.“*

Es ist zudem zu beobachten, dass viele Kinder — ohne die Buchstabenkarten zu nutzen — die gefundenen Grundmuster direkt in ihr Heft schreiben. Hier muss dann viel radiert oder durchgestrichen werden. Durch das Legen mit den Buchstabenkarten können die Kinder einfacher in ihrer Ordnung spielen, ein strukturiertes Vorgehen entwickeln und die gefunden Lösungen dann nach einem bestimmten Muster legen.
Folgende **Impulse** sind hilfreich:

- *„Nutze die Buchstabenkarten. Lege alle gefundenen Grundmuster auf den Tisch und sortiere sie.”*
- *„Wie kannst du deine Lösungen sortieren/ordnen?“*
- *„Kannst du auch anders sortieren/ordnen?”*
- *„Hast du alle Möglichkeiten gefunden? Begründe.“*
- *„Wie bist du vorgegangen? Wie hast du sortiert? Erkläre es mir/deinem Partner.“*
- *„Was passiert, wenn der Buchstabe C dazukommt? Wie gehst du vor?”*
- *„Was passiert, wenn die Grundmusterlänge auf 4 erhöht wird?“*

Es können verschiedene Ordnungen (siehe Lösungsseite) helfen, alle Möglichkeiten zu finden. Die gefundenen Ordnungen sind gleichwertig, soweit sie helfen, alle Lösungen zu finden. Es gibt demnach keine *falsche* Ordnung, vorausgesetzt, sie funktioniert für das Kind.

Lösungen	Wie viele verschiedene Grundmuster sind möglich?

Anzahl der Möglichkeiten am Beispiel zwei Buchstaben und drei Stellen:
Für die erste Stelle im Grundmuster gibt es zwei Möglichkeiten und für die zweite Stelle gibt es auch zwei Möglichkeiten, insgesamt also 2 · 2 = 4 Möglichkeiten.
Für zwei Buchstaben und drei Stellen bedeutet das entsprechend 2 · 2 · 2 = 8 Möglichkeiten.

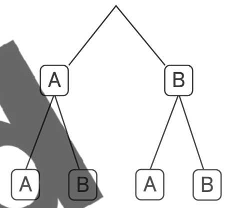
Lösungsbeispiele:
Neben der strukturierten Anordnung der Buchstabenfolgen, wie sie die Kinder legen, gibt es auch das Finden der möglichen Lösungen mit einem Baumdiagramm.

Buchstabenanzahl: 2
Länge: 2
Möglichkeiten: $2^2 = 4$

A A A B
B B B A

oder

A A B B
A B B A



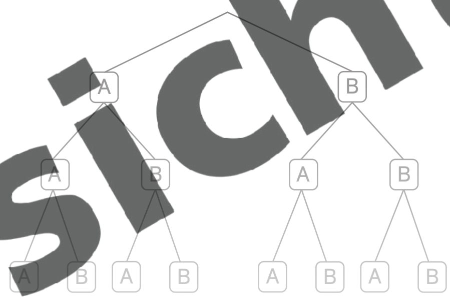
Buchstabenanzahl: 2
Länge: 3
Möglichkeiten: $2^3 = 8$

A A A A A B A B A A B B
B A A B A B B B A B B B

Oben alle Möglichkeiten mit A an der ersten Stelle, dann unten mit B an der ersten Stelle.

A A A → B B B
A A B → B B A
A B A → B A B
A B B → B B A

durch „Spiegeln" gefunden



Buchstabenanzahl: 3
Länge: 3

2 Zahlenschloss öffnen

Kompetenzen

allgemein

- ☑ Kommunizieren
- ☑ Problemlösen
- ☐ Modellieren
- ☑ Argumentieren
- ☐ Darstellen von Mathematik

inhaltsbezogen

- ☑ Zahlen und Operationen
- ☐ Raum und Form
- ☐ Größen und Messen
- ☑ Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Kompetenzerwartungen bezüglich Muster und Strukturen

- eine strukturierte Lösungsweise entwickeln
- die gefundenen Lösungen nach einem Muster ordnen
- anhand des Musters begründen, dass alle Möglichkeiten gefunden worden sind

Material

- Kopien von AB 1 und 3
- Kopien von AB 2 (Zahlenschloss)
  Die Kinder sollen selber an der markierten Stelle schneiden.
- evtl. Kopien von AB 5 (Spiel zur Differenzierung)
- ggf. Scheren (falls die Kinder keine haben)
- Mathe-Heft der Kinder

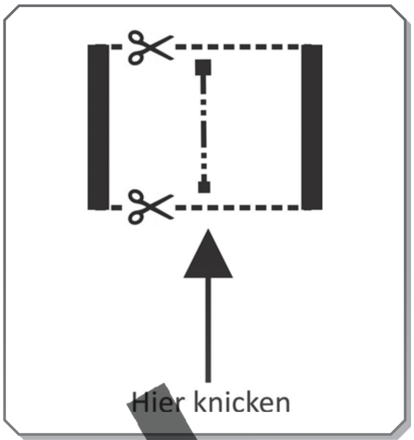
Vorbereitung

- AB 1 in Streifen schneiden
- AB 2 die „Schlösser“ ausschneiden
- ein Zahlenschloss als Modell herstellen

Beschreibung der Aufgabe

Die Kinder sollen alle Kombinationsmöglichkeiten für ein dreistelliges Zahlenschloss finden. Um die Lösungsmenge einzugrenzen, dürfen nur wenige Ziffern (z. B. 3, 6 und 9) genutzt werden.

Impulse, Differenzierung und Weiterführung



Der Einstieg in das Thema erfolgt über einen stillen Impuls (Zahlenschlösser) und ihre Funktionsweise. Stellen Sie anschließend gemeinsam mit den Kindern *ihre* Zahlenschlösser her. Lassen Sie die Kinder hierfür in der Mitte der Ziffernfeldern (an der Markierung, Strich-Punkt-Line) einen Knick machen, sodass die gestrichelten Linien übereinanderliegen. Diese schneiden die Kinder bis zur dicken Linie ein und schieben dann den Zahlenstreifen durch die Schlitze.
Die Kinder sollen nur die Lösungen für die Ziffern 3 und 6 finden. Beim Finden von Lösungen schreiben viele Kinder ihre Lösungen sofort nieder, ohne die Hilfe des Zahlenschlosses zu nutzen. Bei fast allen sind unstrukturierte Vorgehensweisen zu beobachten, auch sind viele Lösungen doppelt. Nach einer Zwischenreflexion, in der mit den Kindern Vorgehensweisen erarbeitet werden, bei denen das Zahlenschloss eine Hilfe darstellt, finden die meisten Kinder einen strukturierten Zugang, um alle Lösungen zu finden. Das Zahlenschloss gibt zudem die Hilfe, dass alle Ziffern mehrfach vorkommen können, was auch der Erfahrungswelt der Kinder entspricht (die meisten kennen Zahlenschlösser).
Impulse für das Finden und die Reflexion:

- *„Wie bist du vorgegangen?"*
- *„Wie viele Möglichkeiten kannst du finden, bei denen an erster Stelle die Drei steht?"*
- *„Wie viele Möglichkeiten kannst du finden, bei denen vorn und in der Mitte die Drei steht?"*
- *„Finde nun alle Möglichkeiten, bei denen vorn (und in der Mitte) eine Sechs steht."*
- *„Wie kannst du es geordnet aufschreiben?"*
- *„Kannst du es auch anders sortieren und aufschreiben?"*

Die Kinder schreiben ihre Lösungen in ihr Heft. In der Schlussreflexion erklären die Kinder ihre Vorgehensweise; die Lösungen werden nach den Mustern der Kinder an die Tafel geschrieben.
In der zweiten Stunde suchen die Kinder alle Kombinationsmöglichkeiten für die Ziffern 3, 6 und 9. Hier bietet es sich an, dass die Kinder in Gruppen ein Plakat herstellen und die Lösungen präsentieren. AB 3 dient als Differenzierung.

Weiterführung: Schlossknackerspiel (AB 5)

Drei Streifen pro Kind

AB 1

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7

Ein „Schloss" pro Kind	**AB 2**

Name: ______________________	Zahlenschloss öffnen Lösungshilfen	**AB 3**

mit den Ziffern 3, 6, 9

3 3 3	3 3 6	3 3 9
3 6 3	3 6 _	3 _ _
3 9 3	3 _ _	3 _ _

6 3 3	6 3 _	6 3 _
6 _ 3	6 _ _	6 _ _
6 _ 3	6 _ _	6 _ _

Lösungen	Zahlenschloss öffnen	AB 4

mit den Ziffern 3, 6

3 3 3	3 3 6
3 6 3	3 6 6
6 3 3	6 3 6
6 6 3	6 6 6

mit den Ziffern 3, 6, 9

3 3 3	3 3 6	3 3 9
3 6 3	3 6 6	3 6 9
3 9 3	3 9 6	3 9 9
6 3 3	6 3 6	6 3 9
6 6 3	6 6 6	6 6 9
6 9 3	6 9 6	6 9 9

Name: ______________________________	Zahlenschloss öffnen Schlossknackerspiel	**AB 5**

Schloss knacken:

X = richtige Ziffer + richtige Stelle
O = richtige Ziffer

3 Funktionaler Zusammenhang

Kompetenzen

allgemein

- ☑ Kommunizieren
- ☑ Problemlösen
- ☐ Modellieren
- ☑ Argumentieren
- ☐ Darstellen von Mathematik

inhaltsbezogen

- ☑ Zahlen und Operationen
- ☐ Raum und Form
- ☑ Größen und Messen
- ☑ Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Kompetenzerwartungen bezüglich Muster und Strukturen

- die Kinder erkennen funktionale Beziehungen in Sachaufgaben und beschreiben sie
- die Kinder stellen funktionale Zusammenhänge in Tabellen dar
- die Kinder lösen einfache Sachaufgaben zur Proportionalität

Material

- Kopien von AB 6 und 7

Vorbereitung

keine

Beschreibung der Aufgabe

Die Kinder untersuchen die Abhängigkeit zwischen zwei Zahlen oder Größen. Wenn z. B. an einem Tisch jeweils zwei Kinder sitzen, wie viele Kinder sitzen dann an zwei Tischen? Sie erkennen und beschreiben die Beziehung der Wertepaare zueinander sowie die das wachsende Zahlenmuster in den Werten selber.

Durch die Musterbrille betrachtet

Die Kinder sollen laut KMK (2004) funktionale Beziehungen zwischen Größen in Sachsituationen erkennen, wie z. B. Anzahl – Preis oder Weg – Zeit, sprachlich beschreiben und in Tabellen fortführen können. Die Größen können in einem *proportionalen* Zusammenhang, wie z. B. Tisch – Tischbeine,

Impulse, Differenzierung und Weiterführung

Die Kinder sollen verstehen, dass zwischen zwei verschiedenen Größen eine Beziehung bestehen kann. Nach Lorenz (2011, 15) befinden sich Kinder oft in Situationen, „in denen proportionale Zusammenhänge vorliegen, die diese aber nicht mit Mathematik in Verbindung bringen".
Spielen Sie die erste Situation von AB 6 mit den Kindern nach. Impulse:

- *„Wie viele Tische kommen immer hinzu?"*
- *„Wie viele Kinder kommen immer hinzu?"*
- *„Wenn ich vier Tische habe, wie viele Kinder sitzen dann im Klassenraum?"*
  (Blick auf den Zusammenhang der Wertepaare)
- *„Wenn ich immer einen Tisch mehr in den Klassenraum stelle, wie viele Kinder können dann immer dazukommen?"* (Blick auf den Veränderungsaspekt, den funktionalen Zusammenhang)

Auf den ABs sollen die Kinder in die Pfeile die jeweiligen Veränderungen eintragen. Durch das Malen der Perlen auf dem RR wird der Veränderungsaspekt zusätzlich verdeutlicht. Auf dem AB 30 wird ein Tisch in zwei verschiedene Beziehungen gesetzt; einmal zu der Anzahl der Kinder, dann zu der Anzahl der Tischbeine. Genaugenommen könnten beide Werte in einer Tabelle stehen, aber dazu müsste vorausgesetzt werden, dass die Kinder mit Spalten und Zeilenüberschriften, mit einer einfachen Schließtabelle, umgehen können.

Differenzierung:
- Die Kinder lösen die Aufgaben auf AB 6 und 7 in Partnerarbeit mit RR.
  Ein Kind schiebt die Anzahl der Tische, das andere Kind schiebt die Anzahl der Kinder.
- Die Kinder finden selber Beziehungen von zwei Größen und setzen sie in Verbindung, erarbeiten den Bezug der Wertepaare und den Veränderungsaspekt.
- Die Kinder nutzen das AB 31, oder sie erstellen selber die Tabellen im Heft.
- Die Kinder haben eigene Ideen oder nutzen die Ideensammlung unten.

- *„Nutze die Ideen-Sammlung."*

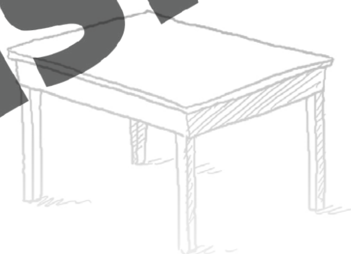
Ideen-Sammlung für Beziehungen:
- Schritte – Meter (3 Kinderschritte → 1 Meter)
- Autos – Räder
- Fahrräder – Räder
- Orangensaft – Anzahl Flaschen (1 Flasche → 3 Gläser)
- Bonbons – Cent (5 Bonbons → 10 Cent)
- Spinne – Beine (1 Spinne → 8 Beine)
- Hund – Beine

Name: ______________________	Funktionaler Zusammenhang	**AB 6**

In der Klasse brauchen
2 Kinder 1 Tisch.

Anzahl der Tische		Anzahl der Kinder	
	1 +1		2 +2
	2		

1 Tisch hat
4 Beine



Anzahl der Tische	Anzahl der Beine

Name: ______________________	Funktionaler Zusammenhang	**AB 7**

Autos	Räder
1	4
+1	+4

Literatur

Ginsburg, H., Cannon, J., Eisenband, J. & Pappas, S. (2006). Mathematical Thinking and Learning. In K. McCartney & D. Phillips (Hg.), *Blackwell Handbookon Early Childhood Development* (S. 208–230). Malden, MA: Blackwell.

Kampmann, R. & Lüken, M. M. (in Druck). The influence of fostering children's pattern and structure abilities on their arithmetic skills in grade 1. Veröffentlicht im Rahmen des 13th International Congress on Mathematical Education, Hamburg, 24–31 July 2016.

KMK: Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hg.) (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich* (Jahrgangsstufe 4). München, Neuwied: Wolters Kluwer.

Lorenz, J. H. (2011). Proportionale Zusammenhänge verstehen lernen. *Grundschule Mathematik*, H. 29, S. 14–17.

Lüken, M. M. (2011). „Wie geht's weiter?" Zur Kompetenz des Fortsetzens eines geometrischen Musters. *Mathematik differenziert*, H.1, S. 36–40.

Lüken, M. M. (2012). *Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht. Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern*. Münster: Waxmann.

Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of Pattern and Structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), S. 33–49.

Philipp, K. (2015). Muster und Strukturen. In J. Leuders & K. Philipp (Hg.), *Mathematik Didaktik für die Grundschule*. Berlin: Cornelsen.

Rathgeb-Schnierer, E. (2007). Kinder erforschen arithmetische Muster. *Grundschulunterricht*, 54 (2), S. 11–19.

Wittmann, E. Ch. (2003). Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach für den Mathematikunterricht auch in der Grundschule? In M. Baum & H. Wielpütz (Hg.), *Mathematik in der Grundschule. Ein Arbeitsbuch*. Seelze: Kallmeyer.

Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2007). Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer & O. Köller (Hg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 42–65). Berlin: Cornelsen