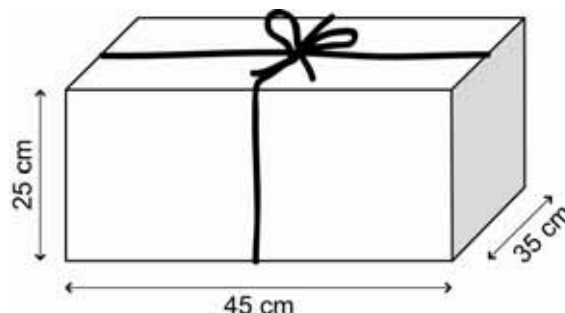




Berechnungen am Quader,
Umgang mit Termen, räumliche
Vorstellung

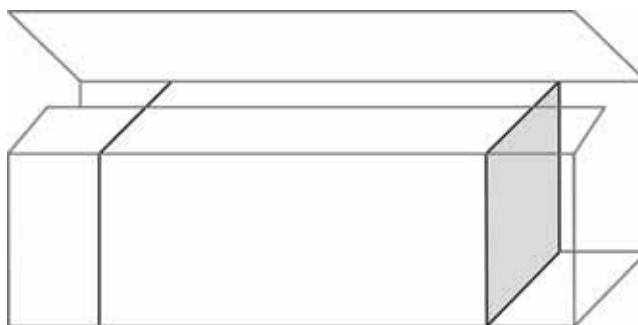
Päckchen, die man verschenken möchte, werden gerne mit Geschenkband verschnürt. Dazu wird das Päckchen auf seine größte Seite gelegt, wie abgebildet verschnürt und oben mit einer Schleife verziert. Somit hat die Höhe die geringste Maßzahl.




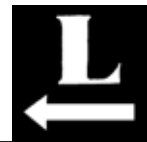
- 1) Ein Päckchen hat die Maße 25 cm × 35 cm × 45 cm. Wie viel Meter Geschenkband sind zum Verschnüren notwendig, wenn man für den Knoten am Boden und die Schleife zusätzlich noch 55 cm benötigt?
- 2) Hier findest du weitere Päckchenmaße. – Wie viel Geschenkband braucht man jeweils dafür?
 - a) 40 cm × 30 cm × 30 cm
 - b) 50 cm × 20 cm × 15 cm
 - c) 30 cm × 30 cm × 30 cm
 - d) 75 cm × 10 cm × 10 cm
 - e) 60 cm × 40 cm × 60 cm

Stelle eine allgemeine Formel für die Länge des Geschenkbandes auf, wenn du die Länge l , die Breite b und die Höhe h des Päckchens kennst. Erkläre, wie die Formel zustande gekommen ist.

- 3) Erstelle eine Excel-Tabelle, in der du nur noch die Werte für die Länge l , die Breite b und die Höhe h eingeben musst, und dann sofort die benötigte Länge des Geschenkbandes berechnet wird.
- 4) Das Päckchen soll vorher noch in Geschenkpapier eingepackt werden. Welche Maße müsste ein Bogen Geschenkpapier mindestens haben, um das Päckchen aus Aufgabe 1 einzupacken?



- 5)  Ist es günstiger, Päckchen über die längste Seite einzuwickeln (siehe Abbildung rechts) oder kann man Papier sparen, wenn man über eine andere Seite wickelt?
- 6) Stelle nun auch eine Formel zur Berechnung der benötigten Papiergröße für ein Päckchen mit den Maßen l , b und h auf. Ergänze die Excel-Tabelle aus Aufgabe 3, damit du auch noch die Papiergröße berechnen kannst.



Übersicht über die möglichen Hürden

Hilfen zu 1)

- 1.1 Du kannst dir die Schnur am Paket nicht vorstellen.
- 1.2 Du kannst dir zwar den Verlauf des Geschenkbandes vorstellen, weißt aber nicht, wie du Knoten und Schleife berücksichtigen sollst.

Hilfen zu 2)

- 2.1 Du weißt nicht, welches Maß du als Höhe ansehen musst.
- 2.2 Du bist dir unsicher, ob deine berechneten Längen richtig sind.

Hilfen zu 3)

- 3.1 Du kannst die Tabellenkalkulation mit Excel nicht anwenden.
- 3.2 Du weißt nicht, wie du z. B. die Maße aus Aufgabe 2 eingeben kannst.

Hilfen zu 4)

- 4.1 Du hast Schwierigkeiten, dir vorzustellen, wie breit das Geschenkpapier sein muss.
- 4.2 Du weißt zwar, wie groß der Überstand rechts und links sein muss, kannst aber die Mindestmaße des Geschenkpapiers nicht angeben.

Hilfen zu 5)

- 5.1 Du erkennst noch nicht, welche anderen Einwicklungsmöglichkeiten es gibt.
- 5.2 Du bist dir unsicher, ob deine neuen Berechnungen mit den anderen Verpackungsrichtungen richtig sind.
- 5.3 Der Vergleich der Flächen der verschiedenen Geschenkpapiergrößen fällt dir schwer.

Hilfe zu 6)

- 6.1 Du bist dir unsicher, ob du die Formel richtig eingetragen hast.



Übersicht über die Hürden, Hinweise und Lösungen

1.1 Du kannst dir die Schnur am Paket nicht vorstellen.



Hinweis: Nimm dir den Tafelschwamm, er soll das Paket darstellen. Zeichne dann mit Kreide den Verlauf des Geschenkbandes ein.



Lösung: Das Geschenkband verläuft an vier Seiten über die Höhe von 25 cm, zweimal über die Breite von 35 cm und zweimal über die Länge von 45 cm.

1.2 Du kannst dir zwar den Verlauf des Geschenkbandes vorstellen, weißt aber nicht, wie du Knoten und Schleife berücksichtigen sollst.



Hinweis: Für Knoten und Schleife sind zusammen nochmals 55 cm notwendig.



Lösung: $4 \cdot 25 \text{ cm} + 2 \cdot 35 \text{ cm} + 2 \cdot 45 \text{ cm} + 55 \text{ cm} = 315 \text{ cm}$

2.1 Du weißt nicht, welches Maß du als Höhe ansehen musst.



Hinweis: Lies den Eingangstext noch einmal ganz genau.



Lösung: Die Höhe ist immer die kleinste der drei Maßzahlen – da kann es schon vorkommen, dass die kleinste Maßzahl mehrfach vorkommt.

2.2 Du bist dir unsicher, ob deine berechneten Längen richtig sind.



Hinweis: Schreibe dir zunächst auf, welche Maße jeweils Länge, Breite und Höhe haben. Dann verfahre so wie in Aufgabe 1.



Lösung:

- a) $4 \cdot 30 \text{ cm} + 2 \cdot 30 \text{ cm} + 2 \cdot 40 \text{ cm} + 55 \text{ cm} = 315 \text{ cm}$
- b) $4 \cdot 15 \text{ cm} + 2 \cdot 20 \text{ cm} + 2 \cdot 50 \text{ cm} + 55 \text{ cm} = 255 \text{ cm}$
- c) $4 \cdot 30 \text{ cm} + 2 \cdot 30 \text{ cm} + 2 \cdot 30 \text{ cm} + 55 \text{ cm} = 295 \text{ cm}$
- d) $4 \cdot 10 \text{ cm} + 2 \cdot 10 \text{ cm} + 2 \cdot 75 \text{ cm} + 55 \text{ cm} = 265 \text{ cm}$
- e) $4 \cdot 40 \text{ cm} + 2 \cdot 60 \text{ cm} + 2 \cdot 60 \text{ cm} + 55 \text{ cm} = 455 \text{ cm}$

Länge, Breite und Höhe werden in cm gemessen.
Geschenkbandlänge $L = 4h + 2b + 2l + 55$

3. Verpackungskünstler



3.1 Du kannst die Tabellenkalkulation mit Excel nicht anwenden.



Hinweis:

Richte zunächst eine Spalte für die Höhe, eine weitere Spalte für die Breite und noch eine Spalte für die Länge ein. Gib dann in einer weiteren Spalte die Formel für die Länge ein.



Lösung:

SUMME						
	A	B	C	D	E	F
1	Höhe h	Breite b	Länge l	Länge Geschenkband		
2	30	30	40	=4*A2+2*B2+2*C2+55		

3.2 Du weißt nicht, wie du z. B. die Maße aus Aufgabe 2 eingeben kannst.



Hinweis:

Das kleinste Maß ist die Höhe, das größte Maß die Länge.



Lösung:

In der Spalte D musst du die Formel aus Feld D2 auf die darunter liegenden Felder kopieren (Strg c und dann Strg v).

G8					
	A	B	C	D	E
1	Höhe h	Breite b	Länge l	Länge Geschenkband	
2	30	30	40		315
3	15	20	50		255
4	30	30	30		295
5	10	10	75		265
6	40	60	60		455

4.1 Du hast Schwierigkeiten, dir vorzustellen, wie breit das Geschenkpapier sein muss.



Hinweis:

Das, was rechts und links übersteht, wird an die rechte und linke Fläche des Päckchens gefaltet. Wie lang muss der Überstand mindestens sein, damit die beiden Seiten vollkommen bedeckt sind?



Lösung:

Der Überstand muss mindestens halb so groß sein wie die Höhe, also auf jeder Seite mindestens 12,5 cm betragen.

4.2 Du weißt zwar, wie groß der Überstand rechts und links sein muss, kannst aber die Mindestmaße des Geschenkspapiers nicht angeben.



Hinweis: Welche Strecke wird zum Umwickeln über die Länge und die Höhe benötigt?



Lösung: Der Überstand ist also $2 \cdot 12,5 \text{ cm}$.
 Die Länge zum Umwickeln setzt sich aus $2 \cdot \text{Breite}$ und $2 \cdot \text{Höhe}$ zusammen.
 Damit sind die Mindestmaße des Geschenkspapiers:
 Länge des Papiers: $2 \cdot \text{Breite} + 2 \cdot \text{Höhe} \rightarrow L = 2 \cdot b + 2 \cdot h$
 Breite des Papiers: $\text{Länge} + 2 \cdot \text{Überstand} \rightarrow B = l + 2 \cdot 0,5 \cdot h = l + h$
 Für das Päckchen aus Aufgabe 1:
 Mindest-Länge des Papiers: $2 \cdot 35 \text{ cm} + 2 \cdot 25 \text{ cm} = 120 \text{ cm}$
 Mindest-Breite des Papiers: $45 \text{ cm} + 25 \text{ cm} = 70 \text{ cm}$

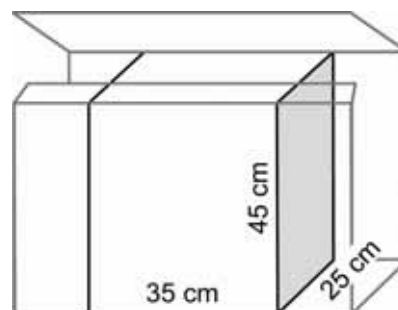
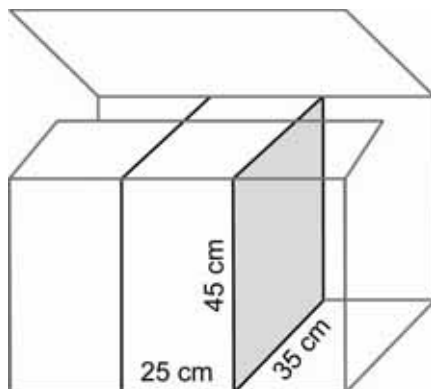
5.1 Du erkennst noch nicht, welche anderen Einwicklungsmöglichkeiten es gibt.



Hinweis: Bisher war die kleinste Fläche ($25 \text{ cm} \times 35 \text{ cm}$) rechts und links. Drehe dir nun das Päckchen so, dass die Flächen mit den Maßen $35 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$ rechts und links liegen. Dann gibt es noch die Möglichkeit, dass die Flächen $25 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$ rechts und links liegen.



Lösung:



5.2 Du bist dir unsicher, ob deine neuen Berechnungen mit den anderen Verpackungsrichtungen richtig sind.



Hinweis: Beachte, dass der Überstand jeweils nur die Hälfte der kürzeren Seite der rechten oder linken Päckchenfläche sein muss.



Lösung: Rechte oder linke Seitenfläche ist $35 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm}$:
 Mindestlänge des Geschenkspapiers: $2 \cdot 35 \text{ cm} + 2 \cdot 45 \text{ cm} = 160 \text{ cm}$
 Mindestbreite des Geschenkspapiers: $25 \text{ cm} + 35 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$
 Rechte oder linke Seitenfläche ist $25 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm}$:
 Mindestlänge des Geschenkspapiers: $2 \cdot 25 \text{ cm} + 2 \cdot 45 \text{ cm} = 140 \text{ cm}$
 Mindestbreite des Geschenkspapiers: $25 \text{ cm} + 35 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$



5.3 Der Vergleich der Flächen der verschiedenen Geschenkpapiergrößen fällt dir schwer.



Hinweis: Die jeweilige Fläche des Papiers kannst du durch „Länge mal Breite“ berechnen.



Lösung:

Rechte oder linke Seitenfläche ist $35 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm}$:
 $120 \text{ cm} \cdot 70 \text{ cm} = 8400 \text{ cm}^2$

Rechte oder linke Seitenfläche ist $35 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm}$:
 $160 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 9600 \text{ cm}^2$

Rechte oder linke Seitenfläche ist $25 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm}$:
 $140 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 8400 \text{ cm}^2$

Es ist also am ungünstigsten, wenn die größte Fläche des Päckchens rechts und links liegt. Man kann kein Papier sparen, indem man über eine andere als die längste Seite wickelt.

6.1 Du bist dir unsicher, ob du die Formel richtig eingetragen hast.



Hinweis: Füge eine neue Spalte ein mit der Länge des Geschenkpapieres, eine weitere für die Breite des Geschenkpapieres und dann noch eine für die Fläche.



Lösung:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Höhe h	Breite b	Länge l	Länge Geschenkband		Länge Papier	Breite Papier	Fläche Papier
2	30	30	40	315		120	70	8400
3	15	20	50	255		70	65	4550
4	30	30	30	295		120	60	7200
5	10	10	75	265		40	85	3400
6	40	60	60	455		200	100	20000

$F2=2 \cdot A2+2 \cdot B2$; $G2=C2+A2$; $H2=F2 \cdot G2$
 (auf die darunterliegenden Felder kopieren)