Volumen der Kugel

★ **1. Ergänze die fehlenden Größen und berechne das Volumen der Kugel in der geforderten Maßeinheit.**

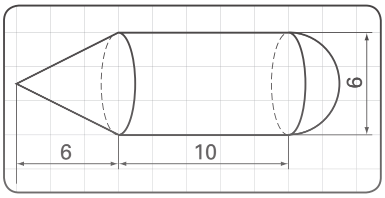
Runde jeweils auf zwei Dezimalstellen.

Radius	6 cm		4 m	
Durchmesser		10 dm		24 mm
Volumen	cm^3	dm^3	dm^3	cm^3

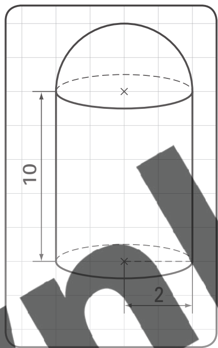
★★ **2. Berechne die Volumina der abgebildeten Werkstücke.**

Runde die Ergebnisse auf zwei Dezimalstellen.

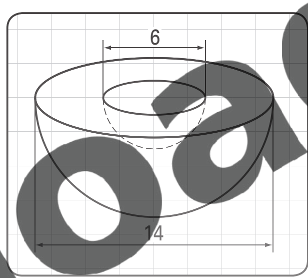
a)



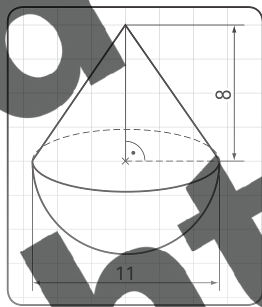
b)



c)



d)



★★ **3. Eine Kugel hat ein Volumen von 3 052,08 cm^3.**

Passt sie in eine würfelförmige Verpackung mit einem Volumen von 4 913 cm^3?

★★ **4. Wie schwer ist eine Kugel aus Eisen bei einem Radius von 6 cm?**

Dir fehlt eine Angabe.

★★ **5. Eine Kugel (d = 24 cm) wiegt 20 256,768 g.**

a) Aus welchem Material besteht die Kugel?

b) Könntest du die Kugel tragen, wenn sie aus Blei bestehen würde?

Suche im Mathebuch.

★ **1. Ergänze die fehlenden Größen und berechne die Oberfläche der Kugel in der geforderten Maßeinheit.**

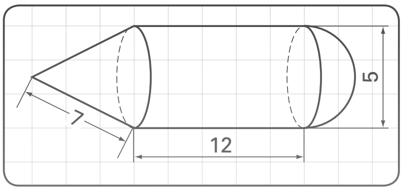
Runde jeweils auf zwei Dezimalstellen.

Radius	10 cm		7 dm	
Durchmesser		18 dm		32 mm
Volumen	cm^2	cm^2	m^2	cm^2

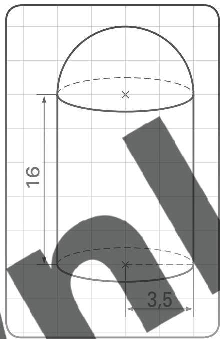
★★ **2. Berechne die Oberflächen der abgebildeten Werkstücke.**

Runde die Ergebnisse auf zwei Dezimalstellen.

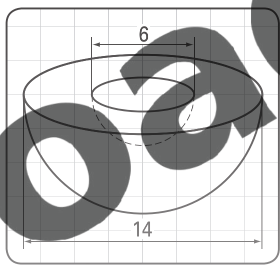
a)



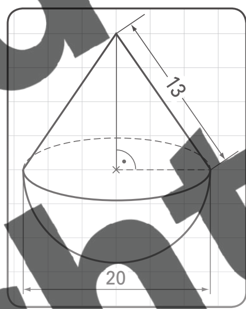
b)



c)



d)



★★ **3. Ein kugelförmiger Behälter hat eine Oberfläche von 2 461,76 cm^2.**

Wie viele Liter passen in diesen Behälter?

★★ **4. Eine Eisenkugel wird in einem zylinderförmigen Wasserbehälter gelegt und taucht im Wasser vollständig unter.**

Der Durchmesser des Zylinders beträgt 12 cm, der Wasserspiegel steigt um 3 cm an.

a) Wie groß ist der Durchmesser der Kugel?

b) Mit welchen Materialien sind solche Aufgabenstellungen nur möglich?

Beschreibe ein Beispiel, bei der diese Form der Aufgabenstellung nicht möglich ist und begründe deine Antwort.

d muss < 12 cm sein.

Zentrische Streckung

★ **1. Vergrößere das abgebildete Dreieck mit dem Streckungsfaktor 3.**
Das Streckungszentrum liegt bei (0|0).

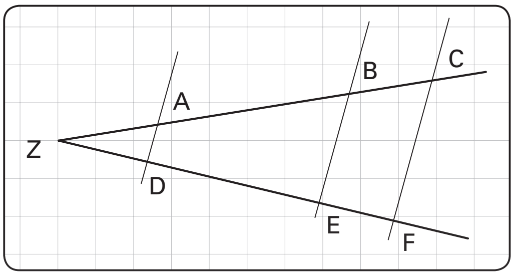
★ **2. Vergleiche die beiden entstandenen Dreiecke und**
a) begründe die Formel $A' = A \cdot k^2$ anhand der beiden Dreiecke.
b) beurteile die folgenden Aussagen mit „richtig" (r) oder „falsch" (f).

Drei Aussagen sind falsch.

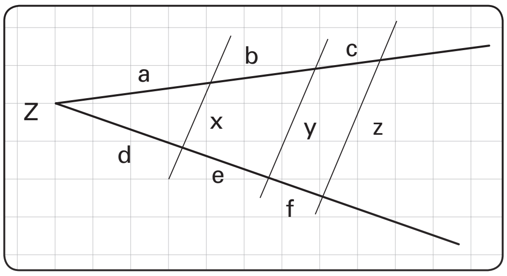
$AB \parallel A'B'$ … $\sphericalangle ACB = \sphericalangle A'C'B'$

★ 1. Ergänze die Gleichungen.

a)



b)



$\frac{ZA}{ZB} = \underline{\qquad}$

$\frac{AC}{AB} = \frac{\qquad}{DE}$

$\frac{a}{x} = \frac{a + b}{\qquad}$

$\frac{y}{d + e} = \frac{\qquad}{d + e + f}$

$\frac{ZB}{\qquad} = \frac{ZE}{ZF}$

$\underline{\qquad} = \frac{ZF}{ZD}$

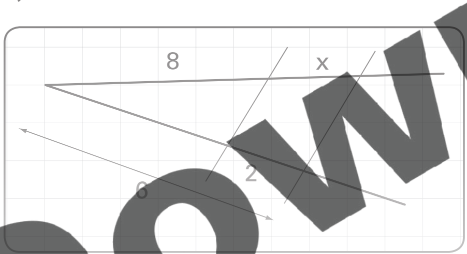
$\frac{\qquad}{z} = \frac{d}{x}$

$\frac{a + b + c}{z} = \frac{\qquad}{y}$

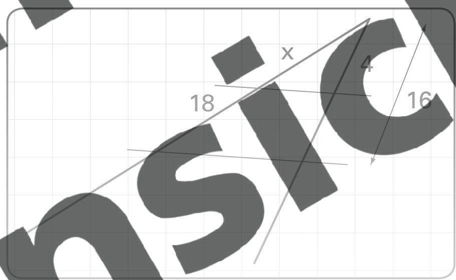
★★ 2. Berechne x.

Es gibt jeweils vier verschiedene Möglichkeiten.

a)



b)



★★ 3. Richtig (r) oder falsch (f)?

5x richtig und 3x falsch.

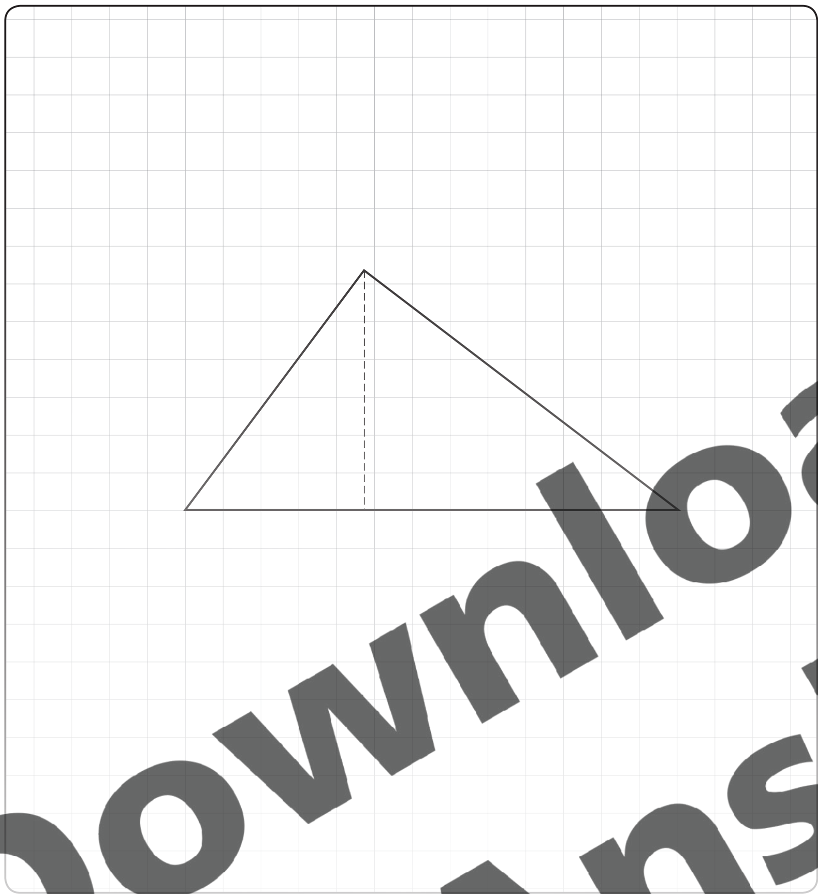
a)

b)

Kathetensatz

1. Zeige anhand von Zeichnung und Rechnung, dass die Kathetensätze gelten.

Benenne die jeweiligen Strecken und Flächen.
Entnimm die fehlenden Maße der Zeichnung. Miss dabei möglichst genau.
Führe dann den rechnerischen Nachweis. Runde sinnvoll.

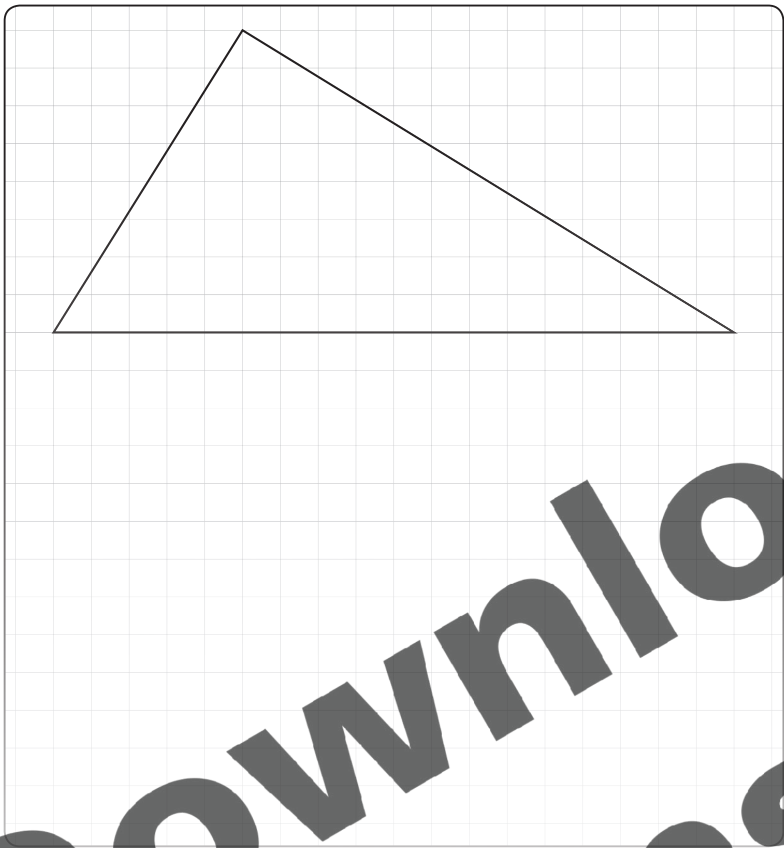


$b^2 = c \cdot q$ $a^2 = c \cdot p$

$b^2 =$ $a^2 =$

1. Zeige anhand von Zeichnung und Rechnung, dass der Höhensatz gilt.

Benenne die jeweiligen Strecken und Flächen. Entnimm fehlende Maße der Zeichnung so genau wie möglich. Runde sinnvoll.
Zeichne das Quadrat über die Höhe nach rechts, das Rechteck nach links.



$h^2 = q \cdot p$

2. Zeige den Höhensatz wie oben.

Zeichne das Quadrat über die Höhe nach links, das Rechteck nach rechts.

…chmesser der Kugel beträgt 18 cm.

…gel passt nicht in die Verpackung.

Oberfläche der Kugel

1. a) $d = 20$ cm; $A = 4 \cdot (10\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14 = \underline{\underline{1256\text{ cm}^2}}$

b) $r = 9$ dm; $A = 4 \cdot (9\text{ dm})^2 \cdot 3{,}14 = 1017{,}36\text{ dm}^2 = \underline{\underline{101\,736\text{ cm}^2}}$

c) $d = 14$ dm; $A = 4 \cdot (7\text{ dm})^2 \cdot 3{,}14 = 615{,}44\text{ dm}^2 = \underline{\underline{6{,}1544\text{ m}^2}}$

d) $r = 16$ mm; $A = 4 \cdot (16\text{ mm})^2 \cdot 3{,}14 = 3215{,}36\text{ mm}^2 = \underline{\underline{32{,}1536\text{ cm}^2}}$

2. a) $A = \frac{5\text{ cm} \cdot 3{,}14 \cdot 7\text{ cm}}{2} + 5\text{ cm} \cdot 3{,}14 \cdot 12\text{ cm} + \frac{4 \cdot (2{,}5\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14}{2}$

$= 54{,}95\text{ cm}^2 + 188{,}40\text{ cm}^2 + 39{,}25\text{ cm}^2 = \underline{\underline{282{,}60\text{ cm}^2}}$

b) $A = (3{,}5\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14 + 7\text{ cm} \cdot 3{,}14 \cdot 16\text{ cm} + \frac{4 \cdot (3{,}5\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14}{2}$

$= 38{,}465\text{ cm}^2 + 351{,}68\text{ cm}^2 + 76{,}93\text{ cm}^2 = \underline{\underline{467{,}08\text{ cm}^2}}$

c) $A = \frac{4 \cdot (7\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14}{2} + \frac{4 \cdot (3\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14}{2} + [(7\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14 - (3\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14]$

$= 307{,}72\text{ cm}^2 + 56{,}52\text{ cm}^2 + 125{,}60\text{ cm}^2 = \underline{\underline{489{,}84\text{ cm}^2}}$

d) $A = \frac{4 \cdot (10\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14}{2} + \frac{20\text{ cm} \cdot 3{,}14 \cdot 13\text{ cm}}{2}$

$= 628\text{ cm}^2 + 408{,}20\text{ cm}^2 = \underline{\underline{1036{,}20\text{ cm}^2}}$

3. $A = 4 \cdot r^2 \cdot 3{,}14 \quad |: 4 : 3{,}14$

$\frac{2461{,}76\text{ cm}^2}{4 \cdot 3{,}14} = r^2$

$196\text{ cm}^2 = r^2 \quad | \sqrt{\ }$

$\underline{\underline{14\text{ cm} = r}}$

$V = \frac{4}{3} \cdot (14\text{ cm})^3 \cdot 3{,}14 = 11\,488{,}213\text{ cm}^3 = 11{,}488213\text{ dm}^3 = \underline{\underline{11{,}488213\ \ell}}$

Es passen 11,488213 Liter in den Behälter.

4. a) Änderung der Wasserstandshöhe = Volumen der Kugel:

$V_{Kugel} = (6\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14 \cdot 3\text{ cm} = \underline{\underline{339{,}12\text{ cm}^3}}$

$\rightarrow \quad 339{,}12\text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3{,}14 \quad |: 4 \cdot 3 : 3{,}14$

$\frac{339{,}12\text{ cm}^3 \cdot 3}{4 \cdot 3{,}14} = r^3$

$81\text{ cm}^3 = r^3 \quad | \sqrt[3]{\ }$

$4{,}3\text{ cm} \approx r \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{d \approx 8{,}6\text{ cm}}}$

b) Diese Form der Aufgabenstellung ist nur mit Materialien, die im Wasser untergehen, möglich. Holz ist ein Material, das für diese Aufgabenstellung nicht möglich wäre, weil es auf dem Wasser schwimmt.

5.
- ☒ Die Hälfte des Durchmessers der größeren Kugel entspricht dem dreifachen Radius der kleineren Kugel.
- ☒ Die Oberfläche der größeren Kugel ist neunmal so groß wie die Oberfläche der kleineren Kugel.
- ☒ Das Volumen der größeren Kugel ist 27-mal so groß wie das der kleineren Kugel.

1. a) $\frac{ZA}{ZB} = \frac{ZD}{\mathbf{ZE}}$

$\frac{ZB}{\mathbf{ZC}} = \frac{ZE}{ZF}$

$\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{\mathbf{DE}}$

$\frac{ZC}{\mathbf{ZA}} = \frac{ZF}{ZD}$

b) $\frac{a}{x} = \frac{a+b}{\mathbf{y}}$

$\frac{\mathbf{d+e+f}}{z} = \frac{d}{x}$

$\frac{y}{d+e} = \frac{\mathbf{z}}{d+e+f}$

$\frac{a+b+c}{z} = \frac{\mathbf{a+b}}{y}$

2. a) $\frac{8}{x} = \frac{4}{2}$ $\quad | \cdot 2x$

$16 = 4x$ $\quad | : 4$

$\underline{4 = x}$

Weitere drei Möglichkeiten: $\frac{x}{8} = \frac{2}{4}$; $\frac{8}{4} = \frac{x}{2}$; $\frac{4}{8} = \frac{2}{x}$

b) $\frac{x}{18} = \frac{4}{12}$ $\quad | \cdot 18$

$\underline{x = 6}$

Weitere drei Möglichkeiten: $\frac{18}{x} = \frac{12}{4}$; $\frac{x}{4} = \frac{18}{12}$; $\frac{4}{x} = \frac{12}{18}$

3. a) $\frac{a+b}{c} = \frac{d+e}{f}$ (r)

$\frac{b}{c} = \frac{e}{f}$ (r)

$\frac{d+e}{c} = \frac{a+b}{f}$ (f)

$\frac{f}{d} = \frac{c}{a}$ (r)

b) $\frac{x}{d} = \frac{y}{e}$ (r)

$\frac{d+e+f}{y} = \frac{c+b+a}{x}$ (r)

$\frac{x}{a+b} = \frac{z}{e+d}$ (f)

$\frac{y}{b+a} = \frac{y}{e+a}$ (f)