



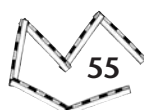
Das Brandenburger Tor am Pariser Platz in Berlin ist ein wichtiges Wahrzeichen. Es wurde in den Jahren 1788 bis 1791 erbaut und bildet den Abschluss der Straße „Unter den Linden“. Die Anlage besteht aus dem Tor selbst und insgesamt zwei Torhäusern, die das Tor links und rechts umrahmen. Das Gebäude markiert die Grenze zwischen Ost- und Westberlin. Bis zur Wiedervereinigung galt es als Symbol des Kalten Krieges. Nach 1990 wurde es zum Symbol der Wiedervereinigung Deutschlands. Es ist beispielsweise auf deutschen Euromünzen geprägt und auf Briefmarken abgebildet.

Die gesamte Länge der Toranlage, also mit den Torhäusern, beträgt 65,5 m. Das Brandenburger Tor selbst (ohne Torhäuser, s. Bild) ist mit der Kupferskulptur 26 m hoch, 31 m breit und 11 m tief. Auf jeder Seite befinden sich sechs zylindrische Säulen, die einen Durchmesser von 1,75 m haben und 15 m hoch sind. Sie bestehen aus Sandstein, der eine Dichte von $2,6 \text{ g/cm}^3$ hat. Zwischen jeweils zwei Säulen sind quaderförmige Stützmauern angebracht. Das Tor hat fünf Durchfahrten, von denen die mittlere Durchfahrt mit 5,5 m etwas breiter als die anderen vier ist.

Gekrönt wird das Tor von einer etwa 5 m hohen Kupferskulptur. Eine geflügelte Siegesgöttin ist dort dargestellt, die in einem von vier Pferden gezogenen Wagen in die Stadt hineinfährt. Ein solcher Wagen wird auch Quadriga genannt, weshalb die ganze Skulptur häufig als Quadriga bezeichnet wird.

Aufgaben

1. Berechne die Breite der vier seitlichen Durchfahrten.
2. Berechne das Volumen und das Gewicht (= die Masse) einer der Säulen.
3. Christo, der berühmte Verpackungskünstler, hat schon häufig bekannte Gebäude (z. B. den Reichstag) in Stoff gehüllt und so einmalige Kunstobjekte geschaffen. Wie viel Stoff würde er benötigen, um die 12 Säulen einzeln zu verhüllen? Vergleiche mit der Stoffmenge, wenn er das Brandenburger Tor komplett (ohne Torhäuser und Quadriga) am Stück verhüllen würde.
4. Stelle dir vor, du sollst ein maßstabsgetreues Modell des Brandenburger Tores (ohne Quadriga) bauen. Die Säulen sollen aus 10-Cent-Münzen bestehen, der Überbau aus Karton. Wie viele 10-Cent-Münzen benötigst du? Welche Maße hat der Überbau?
5. Wie viel würde dein Modell wiegen?





Didaktische Hinweise

Notwendige Vorkenntnisse der Schüler:

- Rechnen mit verschiedenen Größen (Länge, Masse, Volumen)
- Berechnungen am Zylinder (Mantel und Volumen)
- Rechnen mit Maßstäben
- Volumenberechnung und Oberflächenberechnung an zusammengesetzten Körpern

Gestaltungsgedanke

Die Säulen des Brandenburger Tores haben am Fuß einen Durchmesser von 1,75 m. Nach oben hin verjüngen sie sich allerdings etwas. Dies wird bei der Berechnung außer Acht gelassen, da dies aus dem Bild kaum hervorgeht und die Aufgabe unnötig verkomplizieren würde – denn streng genommen würde es sich dann um Kegelstümpfe handeln.

Die Aufgaben 4 und 5 können als arbeitsteilige Gruppenarbeit gestaltet werden, bei der jede Gruppe eine andere Münzart zugrunde legt. Bei Aufgabe 3 ist es sinnvoll, im Vorfeld eine Schätzung der Schüler einzufordern, bei welcher Art der Verhüllung wohl mehr Stoff benötigt wird und wie viel mehr dies sein könnte. Am Ende kann dann auf diese Schätzungen zurückgegriffen und die beste Schätzung prämiert werden.

Die Maße der 10-Cent-Münze wurden bewusst weggelassen, da diese sehr einfach zu ermitteln sind.

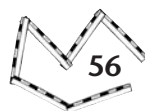
Mögliche Differenzierung

Eine Vereinfachung ist bei Aufgabe 2 möglich, indem die Dichte des Sandsteins bereits in kg/m^3 angegeben wird, da hier über mehrere Einheiten hinweg sehr groß umgewandelt werden muss und dabei leicht Fehler passieren können. Aufgabe 4 kann vereinfacht werden, indem die Maße der 10-Cent-Münze angegeben werden. Die Aufgabe kann deutlich schwieriger gestaltet werden, wenn benötigte Maße weggelassen werden. Allerdings wird bei einer Schätzung der Maße die Streuung der verschiedenen Ergebnisse größer und damit schwieriger zu vergleichen. Zudem ist es sehr einfach, die fehlenden Maße beispielsweise im Internet zu recherchieren.



Lösungsvorschläge

- Die Länge aller vier Durchfahrten zusammen beträgt: $31 \text{ m} - 5,5 \text{ m} - 6 \cdot 1,75 \text{ m} = 15 \text{ m}$
 $15 \text{ m} : 4 = 3,75 \text{ m}$ ► Eine Durchfahrt ist etwa **3,75 m** breit. (Dieses Ergebnis weicht vom offiziellen Wert 3,79 m leicht ab, da hier vereinfacht mit dem gerundeten Wert 31 m, statt 31,16 m gerechnet wurde.)
- $V_{\text{Zylinder}} = r^2 \cdot \pi \cdot h = (0,875 \text{ m})^2 \cdot 3,14 \cdot 15 \text{ m} = 36,06 \text{ m}^3 \approx 36 \text{ m}^3$
Das Volumen einer Säule beträgt **36 m³**.
Masse: $1 \text{ m}^3 \text{ Sandstein}$ wiegt $1\,000\,000 \cdot 2,6 \text{ g} = 2\,600\,000 \text{ g} = 2\,600 \text{ kg}$
 $36 \text{ m}^3 \cdot 2\,600 \text{ kg}/\text{m}^3 = 93\,600 \text{ kg} = 93,6 \text{ t}$ ► Eine Säule wiegt **93,6 t**.



3. $M_{\text{Zylinder}} = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = 2 \cdot 0,875 \text{ m} \cdot 3,14 \cdot 15 \text{ m} = \mathbf{82,425 \text{ m}^2}$

Rechnet man noch etwa 10% Verschnitt bzw. Überlappungen zum Zusammenfügen hinzu, kommt man auf ca. **90 m²** Stoff pro Säule. Bei 12 Säulen sind dies dann $90 \text{ m}^2 \cdot 12 = \mathbf{1080 \text{ m}^2}$

Geht man davon aus, dass das Brandenburger Tor in einen Quader mit den Maßen Länge = 31 m, Breite = 11 m, Höhe = 21 m (Gesamthöhe abzüglich der Quadriga) verpackt wird, ergibt sich Folgendes (beachtet werden muss dabei, dass eine Fläche (die Bodenfläche) nicht berücksichtigt wird):

$$O_{\text{Quader}} = 1 \cdot \text{Länge} \cdot \text{Breite} + 2 \cdot \text{Breite} \cdot \text{Höhe} + 2 \cdot \text{Länge} \cdot \text{Höhe}$$

$$O_{\text{Quader}} = 31 \text{ m} \cdot 11 \text{ m} + 2 \cdot 11 \text{ m} \cdot 21 \text{ m} + 2 \cdot 31 \text{ m} \cdot 21 \text{ m} = \mathbf{2105 \text{ m}^2}$$

Rechnet man auch hier etwa 10% Verschnitt hinzu, kommt man auf etwa **2315,5 m²** Stoff.

Vergleicht man die beiden Werte, kann man erkennen, dass die Gesamtverhüllung fast doppelt so viel Stoff benötigt wie die Verhüllung der einzelnen Säulen.

4. Durchmesser einer 10-Cent-Münze: 19,75 mm; Masse: 4,10 g, Dicke: 1,93 mm

Maßstabsfestlegung: Durchmesser Säule = 1,75 m = 1750 mm

$$1750 \text{ mm} : 19,75 \text{ mm} = 88,6 \approx \mathbf{89} \rightarrow \text{Der Maßstab ist also } 1 : 89.$$

Höhe der Säulen des Modells: 15 m entsprechen im Modell $0,169 \text{ m} \approx \mathbf{17 \text{ cm} = 170 \text{ mm}}$

$$\text{Münzanzahl für 1 Säule: } 170 \text{ mm} : 1,93 \text{ mm} = 88,08 \approx \mathbf{88}$$

Für eine Säule benötigt man 88 Münzen. Bei 12 Säulen sind dies dann

$$\mathbf{88 \cdot 12 = 1056 \text{ Münzen.}}$$

Der Überbau kann vereinfacht als (komplett geschlossener) Quader mit den Maßen Länge = 31 m, Breite = 11 m und Höhe = 6 m angesehen werden.

$$\text{Maße des Modells des Überbaus: Länge} = 31 \text{ m} : 89 = 0,35 \text{ m} = \mathbf{35 \text{ cm}}$$

$$\text{Breite} = 11 \text{ m} : 89 = 0,12 \text{ m} = \mathbf{12 \text{ cm}}$$

$$\text{Höhe} = 6 \text{ m} : 89 = 0,07 \text{ m} = \mathbf{7 \text{ cm}}$$

Der Quader hätte also die Maße **35 cm Länge, 12 cm Breite und 7 cm Höhe**. Die Fläche des benötigten Kartons beträgt $1498 \text{ cm}^2 = 0,1498 \text{ m}^2$

5. Die 1056 Münzen wiegen $1056 \cdot 4,10 \text{ g} = 4329,6 \text{ g} \approx \mathbf{4,330 \text{ kg}}$

Wird der Quader aus Karton der Stärke 180 g/m² gebaut, wiegt dieser etwa

$$0,1498 \text{ m}^2 \cdot 180 \text{ g/m}^2 = 26,964 \text{ g} \approx \mathbf{27 \text{ g}}$$

$$\text{Gesamtgewicht} = 4330 \text{ g} + 27 \text{ g} = 4357 \text{ g} = \mathbf{4,357 \text{ kg}}$$



Weitere mögliche Fragestellungen

- Wie viele Menschen werden benötigt, um eine Säule zu umarmen? Wie viele Menschen werden benötigt, um das ganze Tor zu umrunden?
- Wie viele Fußballfelder könnten mit der Stoffmenge, die zur Verhüllung des Brandenburger Tores nötig ist, ausgelegt werden?
- Wie oft wird das Brandenburger Tor täglich fotografiert?

